



# Sur la synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles T-S flous

Lamia Ben Hamouda

## ► To cite this version:

Lamia Ben Hamouda. Sur la synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles T-S flous. Automatique / Robotique. École Nationale d'ingénieurs de Tunis et Université de Rouen, 2015. Français. NNT : . tel-01227990

**HAL Id: tel-01227990**

**<https://hal.science/tel-01227990>**

Submitted on 17 Dec 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE EN CO-TUTELLE INTERNATIONALE

Pour obtenir le grade de Docteur

opéré par l'Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis et l'Université de Rouen

Spécialité Génie Electrique  
et  
Physique

Sur la synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts  
à base de modèles T-S flous

Présentée et soutenue publiquement par  
**Lamia BEN HAMOUDA**

Thèse soutenue publiquement le (28/09/2015)  
devant le jury composé de

M. Mohamed BENREJEB	Professeur, ENI de Tunis	Président
M. Didier GEORGES	Professeur, INP de Grenoble	Rapporteur
M. Naceur BENHADJ BRAIEK	Professeur, ENSI de Tunis	Rapporteur
M. Didier DUMUR	Professeur, SUPELEC de Paris	Examineur
M. Thierry PAQUET	Professeur, Université de Rouen	Examineur
M. Mounir AYADI	Maître de Conférences, ENI de Tunis	Directeur de Thèse
M. Nicolas LANGLOIS	DR (HDR), IRSEEM, ESIGELEC de Rouen	Directeur de Thèse

Thèse dirigée par : Mounir AYADI, Laboratoire de Recherche en Automatique LA.R.A- Ecole Nationale d'Ingénieurs de Tunis ENIT  
et Nicolas LANGLOIS, Pôle Automatique et Systèmes - Institut de Recherche en Systèmes Électroniques Embarqués IRSEEM- ESIGELEC



*A mes parents Lotfi et Leyla, ma soeur Inès et mon frère Ahmed.*

*A tous ceux que j'aime.*



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse en co-tutelle internationale ont été effectués au sein du Laboratoire de Recherche en Automatique (L.A.R.A) de l'ENI de Tunis en Tunisie et du Pôle Automatique et Systèmes de l'Institut de Recherche en Systèmes Électroniques Embarqués (IRSEEM) de l'ESIGELEC Rouen, France.

Je voudrais saisir cette occasion pour exprimer ma gratitude envers mes directeurs de thèse, Messieurs Mounir AYADI et Nicolas LANGLOIS qui m'ont accueilli au sein de leurs équipes de recherche et qui m'ont offert la possibilité d'évoluer dans mes travaux de recherche. Je les remercie pour la confiance et la liberté qu'ils m'ont témoignés durant ces années dans un climat convivial. Je les remercie pour le temps qu'ils m'ont consacré, pour leur encouragement, leur soutien et leur appui. Je tiens à remercier également mon co-encadreur de thèse Monsieur Ouadie Bennouna pour ces conseils et son suivi.

Je remercie Monsieur Mohamed BENREJEB, Professeur à l'ENI de Tunis et directeur du Laboratoire de Recherche en Automatique, d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse et de participer à l'examen de ce travail et en avoir assuré la critique. Je suis très redevable envers Monsieur BENREJEB pour l'accueil qu'il m'a réservé au sein de son équipe de recherche. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux et les conseils éclairés qu'il m'a prodigués avec le sérieux et la compétence qui le caractérisent.

J'adresse toute ma reconnaissance à Monsieur Didier GEORGES, Professeur à l'INP de Grenoble et Monsieur Naceur BENHADJ BRAIEK, Professeur à ENSI de Tunis pour avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux. Je les remercie vivement de leur lecture approfondie et leurs remarques enrichissantes et constructives.

Je remercie également Monsieur Didier DUMUR, Professeur à SUPELEC de Paris et Monsieur Thierry PAQUET, Professeur à l'Université de Rouen, d'avoir accepté avec grand plaisir de participer à ce jury et d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier l'École Doctorale Sciences et Techniques de l'Ingénieur de Tunis (EDSTI) ainsi que le Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique de Tunisie (MESRS) qui ont financé mes séjours scientifiques à Rouen pendant trois années. Je remercie également la région Haute Normandie, le Fond Européen de Développement Régional FEDER et le Laboratoire de Recherche en Automatique (LA.R.A) pour leur participation au bon déroulement de mes séjours scientifiques en France.

Je suis reconnaissante envers mes amis et collègues du laboratoire LA.R.A et de l'Institut IRSEEM/ESIGELEC pour qui j'ai beaucoup d'amitié et de sympathie. Je les remercie pour leur amicale présence et pour leur sympathie qu'ils m'ont constamment témoignées. Je leur exprime ici toute ma gratitude.

# Table des matières

Table des figures	viii
Liste des tableaux	xii
Table de notations	xv
Liste des publications	xxi
Introduction générale	1
<b>I État de l’art sur la stabilité des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S</b>	<b>5</b>
I.1 Introduction . . . . .	5
I.2 Généralités sur le FTC . . . . .	6
I.2.1 Les techniques passives . . . . .	7
I.2.2 Les techniques actives . . . . .	7
I.2.2.1 Accommodation . . . . .	8
I.2.2.2 Reconfiguration de lois de commande . . . . .	8
I.2.3 Généralités sur le diagnostic . . . . .	10
I.2.3.1 Définitions et terminologies . . . . .	10
I.2.3.2 Classification des défauts . . . . .	11
I.2.3.3 Méthodes de diagnostic basées sur les observateurs linéaires	13
I.3 Modélisation T-S des systèmes non linéaires . . . . .	16
I.3.1 Forme quasi-linéaire à paramètres variables . . . . .	17
I.3.2 Représentation d’état d’un modèle T-S . . . . .	17
I.3.3 Approches d’obtention d’un modèle T-S . . . . .	18



I.3.3.1	Modèles obtenus par identification . . . . .	19
I.3.3.2	Modèles obtenus par linéarisation . . . . .	19
I.3.3.3	Modèles obtenus par secteur non linéaire . . . . .	19
I.3.4	Critères de choix des variables de prémisse . . . . .	20
I.4	Stabilisation et observation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S . . . . .	22
I.4.1	Etude de la stabilité d'un système non linéaire représenté par un modèle T-S autonome . . . . .	23
I.4.2	Stabilisation par une commande de type PDC . . . . .	25
I.4.3	Analyse de la stabilité : relaxation des conditions de stabilisation . . . . .	26
I.4.4	Stabilisation par observateurs T-S . . . . .	28
I.4.4.1	Observateurs non linéaires . . . . .	28
I.4.4.2	Observateurs T-S à VPM . . . . .	29
I.4.4.3	Observateurs T-S à VPNM . . . . .	30
I.4.5	Stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S incertains . . . . .	31
I.4.5.1	Stabilisation robuste par retour d'état : cas incertain . . . . .	31
I.4.5.2	Commande basée sur un modèle de référence : cas incertain perturbé . . . . .	33
I.4.5.3	Stabilisation par observateurs des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S incertains . . . . .	34
I.4.6	Stabilisation $H_\infty$ . . . . .	35
I.4.7	Stabilisation par poursuite de trajectoires selon la norme $L_2$ . . . . .	37
I.5	FTC pour la poursuite de trajectoires . . . . .	38
I.5.1	Cas VPM . . . . .	39
I.5.2	Cas VPNM : méthode par perturbations . . . . .	40
I.5.3	FTC robuste pour la poursuite de trajectoires . . . . .	43
I.6	Position du problème . . . . .	45
I.7	Solutions envisagées . . . . .	46
I.8	Conclusion . . . . .	47

<b>II Synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles T-S</b>	<b>49</b>
II.1 Introduction . . . . .	49
II.2 Synthèse de la commande prédictive . . . . .	50
II.2.1 Principe et conception de la commande prédictive . . . . .	50
II.2.2 Fonction coût . . . . .	52
II.2.3 Formes quadratiques . . . . .	53
II.2.4 Optimisation convexe et problème QP . . . . .	53
II.2.5 Choix des paramètres de la MPC . . . . .	54
II.3 Linéarisation globale non stationnaire . . . . .	55
II.4 Proposition d'une stratégie de contrôle tolérant aux défauts basée sur des modèles T-S flous . . . . .	57
II.4.1 Commande prédictive à base de modèle quasi-LPV . . . . .	58
II.4.1.1 Prédictions stabilisées . . . . .	59
II.4.1.2 Commande prédictive basée sur modèle T-S flou . . . . .	60
II.4.2 FMPC et observateur non linéaire . . . . .	67
II.4.3 FMPC et observateur T-S à VPM . . . . .	74
II.4.4 FMPC et observateur T-S à VPNM . . . . .	83
II.4.5 FMPC basé sur un modèle T-S incertain à VPM . . . . .	90
II.5 Conclusion . . . . .	97
<b>III Application au circuit d'air du moteur Diesel</b>	<b>99</b>
III.1 Introduction . . . . .	99
III.2 Sur le moteur Diesel . . . . .	100
III.2.1 Constitution du moteur Diesel . . . . .	101
III.2.2 Principe de fonctionnement du moteur à quatre temps . . . . .	102
III.2.3 Normes Européennes anti-pollutions . . . . .	103
III.2.4 Mécanisme d'admission d'air . . . . .	104
III.2.5 Vanne de recyclage des gaz d'échappement . . . . .	106
III.2.6 Turbocompresseur à géométrie variable . . . . .	107
III.3 Modèle de représentation du système DEAP . . . . .	108

III.3.1 Collecteur d'admission . . . . .	108
III.3.2 Collecteur d'échappement . . . . .	109
III.3.3 Turbocompresseur . . . . .	110
III.3.4 Modèle orienté commande du système DEAP . . . . .	111
III.3.5 Modélisation réduite du DEAP . . . . .	112
III.4 État de l'art sur les lois de commande pour le contrôle moteur . . . . .	113
III.4.1 Commande par modes glissants . . . . .	114
III.4.2 Commande optimale . . . . .	115
III.4.2.1 Commande robuste . . . . .	115
III.4.2.2 Commande prédictive . . . . .	116
III.4.3 Réseaux de neurones . . . . .	117
III.4.4 Commande par logique floue . . . . .	117
III.5 FTC proposé pour le système DEAP . . . . .	118
III.5.1 Problème de contrôle du DEAP . . . . .	118
III.5.2 Modélisation du système DEAP pour un contrôle T-S . . . . .	119
III.5.2.1 Représentation d'état affine en la commande du système DEAP . . . . .	119
III.5.2.2 Description T-S du DEAP . . . . .	121
III.5.2.3 Modélisation du système DEAP en présence d'une fuite d'air . . . . .	125
III.5.3 Commande prédictive à base de modèles T-S . . . . .	127
III.5.3.1 Structure de la stratégie de contrôle proposée . . . . .	127
III.5.3.2 FMPC proposée pour le système DEAP . . . . .	128
III.5.3.3 Résultats de simulation . . . . .	129
III.6 Conclusion . . . . .	134
<b>Conclusion Générale</b>	<b>135</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>
<b>Annexe A</b>	<b>157</b>
<b>Annexe B</b>	<b>159</b>

# Table des figures

I.1	Classification des techniques de le FTC . . . . .	6
I.2	Architecture du FTC . . . . .	9
I.3	Défaut additif . . . . .	12
I.4	Défaut multiplicatif . . . . .	12
I.5	Structure d'un observateur de Luenberger . . . . .	15
II.1	Schéma fonctionnel du principe de la MPC . . . . .	50
II.2	Principe de l'horizon fuyant [Maciejowski (2002)] . . . . .	51
II.3	Principe du contrôleur par interpolation utilisant un modèle T-S flou [Ben Hamouda <i>et al.</i> (2013)] . . . . .	61
II.4	Schéma de simulation simulink : FMPC . . . . .	63
II.5	Schéma de simulation simulink (sous-modèle) : bloc FMPC . . . . .	63
II.6	Réponse du système en fonctionnement nominal . . . . .	64
II.7	Signaux de commande appliqués au système en fonctionnement nominal . . . .	64
II.8	Evolution des fonctions d'activation obtenues en fonction du temps . . . . .	65
II.9	Premier scénario du défaut actionneur en fonction du temps . . . . .	65
II.10	Réponse du système en présence du premier défaut . . . . .	65
II.11	Signaux de commande appliqués au système en présence du premier défaut . .	65
II.12	Evolution des fonctions d'activation : cas du premier défaut . . . . .	65
II.13	Second scénario du défaut actionneur en fonction du temps . . . . .	65
II.14	Réponse du système en présence du second défaut . . . . .	66
II.15	Signaux de commande appliqués au système en présence du second défaut . .	66
II.16	Evolution des fonctions d'activation : cas du second défaut . . . . .	66

II.17	Structure de commande tolérante aux défauts basé sur un modèle T-S avec VPNM [Ben Hamouda <i>et al.</i> (2014a)] . . . . .	69
II.18	Schéma de simulation simulink : commande prédictive basée sur modèle T-S avec observateur non linéaire . . . . .	71
II.19	Schéma de simulation simulink (sous-modèle) : FMPC basée sur les VPM . .	71
II.20	Réponse du système en fonctionnement nominal . . . . .	72
II.21	Signaux de commande appliqués au système en fonctionnement nominal. . . .	72
II.22	Scénario du défaut actionneur en fonction du temps . . . . .	72
II.23	Réponse du système en présence du défaut actionneur . . . . .	72
II.24	Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur	73
II.25	Dynamique de l'erreur d'estimation du vecteur d'état . . . . .	73
II.26	Evolution des fonctions d'activation basées sur les VPM et les VPMN . . . . .	73
II.27	Stratégie de contrôle tolérant aux défauts basée sur un observateur T-S avec des VPM [Ben Hamouda <i>et al.</i> (2014c)] . . . . .	76
II.28	Schéma de simulation simulink : contrôle tolérant aux défauts basé sur un diagnostic T-S avec des VPM . . . . .	80
II.29	Scénario du défaut actionneur et son estimé en fonction du temps . . . . .	81
II.30	Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur	81
II.31	Réponse du système en présence du défaut actionneur . . . . .	81
II.32	Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur 81	
II.33	Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur . . . . .	81
II.34	Scénario du défaut capteur et son estimé en fonction du temps . . . . .	81
II.35	Signaux de commande appliqués au système . . . . .	82
II.36	Réponse du système en présence du défaut capteur. . . . .	82
II.37	Dynamique de l'erreur d'estimation des états . . . . .	82
II.38	Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut capteur . . . . .	82
II.39	Stratégie de FTC basée sur un observateur T-S avec des VPMN [Ben Ha- mouda <i>et al.</i> (2014b)] . . . . .	83
II.40	Schéma de simulation simulink : contrôle tolérant aux défauts basé sur un diagnostic T-S avec des VPMN . . . . .	87

II.41	Scénario du défaut actionneur et son estimé en fonction du temps . . . . .	88
II.42	Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur	88
II.43	Réponse du système en présence du défaut actionneur . . . . .	88
II.44	Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur 88	
II.45	Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur . . . . .	89
II.46	Scénario du défaut capteur et son estimé en fonction du temps . . . . .	89
II.47	Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur	89
II.48	Réponse du système en présence du défaut capteur. . . . .	89
II.49	Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur 89	
II.50	Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur . . . . .	89
II.51	Evolution des fonctions d'activation basées sur les VPNM . . . . .	90
II.52	FMPC tolérante aux défauts basée sur un modèle T-S incertain . . . . .	91
II.53	Les défauts et leur estimés (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur). . . . .	94
II.54	Signaux de commande appliqués au système (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur) . . . . .	95
II.55	Réponse du modèle T-S avec et sans incertitudes(à gauche : défaut action- neur, à droite : défaut capteur) . . . . .	95
II.56	Dynamique de l'erreur d'estimation des états (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur) . . . . .	95
II.57	Dynamique de l'erreur de poursuite (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur). . . . .	96
II.58	Evolution des fonctions d'activation basées sur de VPNM . . . . .	96
II.59	Etude comparative : Réponses du système SISO . . . . .	96
II.60	Etude comparative : Signaux de commande appliqués au système SISO . . . .	97
III.1	Architecture du moteur Diesel (source : IFP Energies nouvelles) . . . . .	101
III.2	Cycle de fonctionnement d'un moteur Diesel (source : IFP Energies nouvelles)	102

III.3	Évolution des normes anti-pollution européennes pour les moteurs Diesel depuis 1993 (source : Comité des Constructeurs Français d'Automobiles (CCFA))	104
III.4	Schéma fonctionnel d'un turbocompresseur (source : IFP Energies nouvelles)	105
III.5	Représentation d'un circuit de recyclage externe des gaz d'échappement à haute pression (source : IFP Energies nouvelles)	106
III.6	Position des ailettes du VGT (source : IFP Energies nouvelles)	107
III.7	Principe de contrôle du moteur Diesel	113
III.8	Schéma du circuit d'air [Djemili <i>et al.</i> (2012a)]	118
III.9	Espace polytopique avec quatre sommets	122
III.10	Structure de la stratégie FTC proposée pour le système DEAP [Ben Hamouda <i>et al.</i> (2016)]	127
III.11	Zone de fonctionnement convexe du système DEAP	130
III.12	Signal du défaut et son estimée	131
III.13	Evolution des fonctions d'activation en présence de la fuite	131
III.14	Signaux de sortie en présence de la fuite	132
III.15	Signaux de commande en présence de la fuite	132
III.16	Dynamique des erreurs de poursuite en présence de la fuite	132
III.17	Signal du défaut capteur et son estimée	132
III.18	Evolution des fonctions d'activation en présence du défaut capteur	132
III.19	Signaux de sortie en présence du défaut capteur	133
III.20	Dynamique des erreurs de poursuite en présence du défaut capteur	133

# Liste des tableaux

II.1 Paramètres de réglage du contrôleur . . . . .	64
III.1 Nomenclature des variables du modèle DEAP . . . . .	111
III.2 Tableau de partitionnement des variables de prémisse . . . . .	125
III.3 Les valeurs numériques des paramètres du système DEAP . . . . .	129
III.4 Points de fonctionnement du modèle de référence [Ndoye <i>et al.</i> (2013)] . . .	130
III.5 Paramètres de réglage du FMPC . . . . .	130





# Table de notations

## Acronymes

FDI	Détection et isolation de défaut (Fault Detection and Isolation)
FD	Détection de défaut (Fault Detection)
FTC	Contrôle tolérant aux défauts (Fault Tolerant Control)
AFTC	Contrôle actif tolérant aux défauts (Active Fault Tolerant Control)
FMPC	Contrôleur tolérant aux défauts basé sur la commande prédictive floue de type T-S (fault tolerant Fuzzy-Model-Predictive Control)
T-S	Takagi-Sugeno
VPM	Variables de Prémisse Mesurables
VPNM	Variables de Prémisse Non Mesurables
MPC	Commande prédictive à base de modèle (Model Predictive Control)
PDC	Parallel Distributed Compensation
SISO	Mono-entrée mono-sortie (Single Input Single Output)
MIMO	Multi-entrées multi-sorties (Multi Input Multi Output)
LTI	Linéaire invariant dans le temps (Linear Time Invariant)
LPV	Linéaire à paramètres variables (Linear Parameter Varying)
Quasi-LPV	Quasi linéaire à paramètres variables (quasi-Linear Parameter Varying)
LTV	Linéaire variant dans le temps (Linear Time Variant)
PI	Proportionnel intégral (Proportional Integral)
PID	Proportionnel Integral Dérivateur
PMI	Proportionnel multi intégral (Proportional Multi Integral)

UIO	Observateur à entrées inconnues (Unknown Input Observer)
TPC	Transformation Polytopique Convexe
QP	Programmation quadratique (Quadratic Programming)
LP	Programmation linéaire (Linear Programming)
LQR	Régulateur linéaire quadratique (Linear Quadratic Regulator)
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LMI(s)	Inégalité(s) matricielle(s) linéaire(s) (Linear Matrix(ces) Inequality(ies))
DEAP	Circuit d'air du moteur Diesel (Diesel Engine Air Path)
Nox	Oxyde d'azote
CO <sub>2</sub>	Dioxyde de carbone
FAP	Filtre A Particules
PMH	Point Mort Haut
PMB	Point Mort Bas
EGR	Vanne de recirculation des gaz d'échappement (Exhaust Gas Recirculation)
VGT	Turbocompresseur à géométrie variable (Variable Geometry Turbine)

## Notations

$x(.) \in \mathbb{R}^n$	Vecteur d'état
$u(.) \in \mathbb{R}^m$	Vecteur de commande
$y(.) \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de sortie
$\hat{x} \in \mathbb{R}^n$	Vecteur d'état estimé
$\hat{y} \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de sortie estimée
$e(.)$	Vecteur d'erreur d'estimation d'état
$e_t(.)$	Vecteur d'erreur de poursuite de trajectoire de référence
$e_p(.)$	Vecteur d'erreur de poursuite en défaut
$\tilde{y}(.)$	Vecteur d'erreur de reconstruction de la sortie
$e_y(.)$	Vecteur d'erreur de sortie
$d(.)$	Vecteur des perturbations extérieures
$u_r(.)$	Vecteur de référence d'entrée supposée bornée

---

$y_d(\cdot)$	Vecteur des trajectoires de sortie désirées
$q(\cdot)$	Vecteur de commande calculé par la MPC
$f(\cdot) \in \mathbb{R}^f$	Vecteur de défaut
$\hat{f}(\cdot) \in \mathbb{R}^f$	Vecteur de défaut estimé
$x_f(\cdot) \in \mathbb{R}^n$	Vecteur d'état en présence de défaut
$u_f(\cdot) \in \mathbb{R}^m$	Vecteur de contrôle tolérant aux défauts
$u_N(\cdot)$	Vecteur de commande nominale
$u_F(\cdot)$	Vecteur de commande de compensation
$y_f(\cdot) \in \mathbb{R}^p$	Vecteur de sortie en présence de défaut
$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$	Matrice d'état
$B \in \mathbb{R}^{n \times m}$	Matrice d'entrée
$C \in \mathbb{R}^{p \times n}$	Matrice de sortie
$M_s$	Matrice sommet
$P > 0$	Matrice symétrique, définie positive
$X_1$	Matrice symétrique, définie positive
$P_2$	Matrice symétrique, définie positive
$P_3$	Matrice symétrique, définie positive
$P^T$	Transposé d'une matrice $P$
$P^{-1}$	Inverse d'une matrice $P$
$E_a$	Matrice de défaut actionneur
$E_s$	Matrice de défaut capteur
$L$	Matrice gain d'observation
$K$	Matrice gain de retour d'état PDC
$K_I$	Matrice gain de l'action intégrale
$G$	Matrice gain d'estimation de défauts
$N$	Nombre de sous-modèles LTI
$r$	Nombre des variables de prémisse
$\theta(\cdot)$	Variable de prémisse
$\hat{\theta}(\cdot)$	Variable de prémisse estimée
$\theta_f(\cdot)$	Variable de prémisse en défaut
$\rho$	Taux d'atténuation des perturbations extérieures

$\gamma$	Scalaire positif
$Q$	Pondération sur l'erreur de sortie
$R$	Pondération sur la commande
$H_p$	Horizon de prédiction
$H_u$	Horizon de commande
$T_e$	Période d'échantillonnage
$h(.)$	Fonction non linéaire
$g(.)$	Fonction non linéaire
$f_{NL}(.)$	Fonction non lineaire
$\mu(.)$	Fonction d'activation
$V(.)$	Fonction de Lyapunov Candidate
$J(.)$	Fonction coût
$K_P$	Gain proportionnel
$K_{In}$	Gain intégral

## Notations relatives au système DEAP

$p_1$	Pression de gaz dans le collecteur d'admission
$p_2$	Pression de gaz dans le collecteur d'échappement
$P_c$	Puissance du compresseur
$P_t$	Puissance de la turbine
$W_c$	Débit d'air à travers le compresseur
$W_e$	Débit d'air aspiré par les cylindres
$W_{vgt}$	Débit de gaz à travers la turbine
$W_{egr}$	Débit de gaz recyclé provenant de l'EGR
$W_f$	Débit de carburant
$\eta_c$	Rendement isentropique du compresseur
$\eta_t$	Rendement isentropique de la turbine
$\eta_m$	Rendement mécanique du turbocompresseur

$T_a$	Température ambiante
$T_1$	Température dans le collecteur d'admission
$T_2$	Température dans le collecteur d'échappement
$c_p$	Coefficient de chaleur spécifique à pression constante
$c_v$	Coefficient de chaleur spécifique à volume constant



# Liste des publications

## – Articles de revues internationales et nationales avec comité de lecture

1. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, "Fuzzy Fault Tolerant Predictive Control for a Diesel Engine Air Path", International Journal of Control, Automation, and Systems IJCAS, ISSN 1598-6446, IF = 1.065, indexé dans ISI THOMSON, Springer (accepté, vol 14, num 2, Avril 2016).
2. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, "Takagi-Sugeno Fuzzy Observer and Predictive Control for a Diesel Engine Air Path", International Journal of Automation and Control IJAAC, ISSN 1740-7524, indexé dans SCOPUS, Inderscience Publishers (accepté).
3. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, "Fuzzy fault tolerant predictive control for a class of nonlinear uncertain systems", Systems Science and Control Engineering tSSC, ISSN 2164-2583, an open access journal, Taylor and Francis (soumis).

## – Articles de conférences internationales avec comité de lecture

1. L. Ben Hamouda, O. Bennouna, M. Ayadi and N. Langlois, "Quais-LPV Model Predictive Reconfigurable Control for Constrained Nonlinear Systems", IEEE International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems SYSTOL'13, Nice, France, 09-11 Octobre 2013.
2. L. Ben Hamouda, O. Bennouna, M. Ayadi and N. Langlois, "Fuzzy Model Predictive Reconfigurable Control for Nonlinear Systems Subject to Actua-



- tors Faults”, International Conference on Automation and Computing ICAC’14, Bedfordshire, Royaume-Uni, 12-13 Septembre 2014.
3. L. Ben Hamouda, O. Bennouna, M. Ayadi and N. Langlois, ”Fuzzy Fault Tolerant Control based on Unmeasurable Premise variables : Quadratic Stability and LMIs”, IFAC Congreso Latinoamericano de Control Automático CLCA’14, Cancùn, Mexique, 14-17 Octobre 2014.
  4. L. Ben Hamouda, O. Bennouna, M. Ayadi and N. Langlois, ”Quadratic Stability and LMIs for Tolerance to Faults : Fuzzy Model predictive Control”, IEEE International Conference on System Theory, Control and Computing ICSTCC’14, Sinaia, Roumanie, 17-19 Octobre 2014.

### – **Communications Orales**

1. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, ”Fault tolerant control : a Takagi-Sugeno (T-S) model based predictive approach”, Groupe de Travail Commande Prédictive Nonlineaire, 03 avril 2014, Paris.
2. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, ”Fault tolerant control : a Takagi-Sugeno (T-S) model based predictive approach”, Communication orale interne IRSEEM, Rouen, France, 04 avril 2014.

### – **Posters**

1. L. Ben Hamouda, M. Ayadi and N. Langlois, ”Fuzzy fault tolerant predictive control based on unmeasurable premise variables : quadratic stability and LMIs”, 6 ème Journée des Doctorants de l’Ecole Doctorale SPMII, Rouen, France, 05 Juin 2014.

# Introduction générale

Dans l'industrie, les évolutions technologiques apportent une meilleure qualité des produits, des services et de la productivité mais aussi une vulnérabilité face aux défauts de type actionneur, capteur ou encore système. En présence de défauts, la sortie d'un processus industriel peut dévier de la trajectoire de référence visée. Cette déviation peut conduire à des performances dégradées, voire amener à une instabilité de l'état du système provoquant ainsi des dégâts matériels et même écologiques. Par exemples de systèmes industriels sensibles, nous citons les systèmes de navigation, les trains et les centrales nucléaires. Afin d'assurer la fiabilité de ces systèmes et la sécurité des humains, certains industriels se tournent généralement vers la redondance matérielle. Cette technique est fiable en présence de défauts capteurs mais encombrante et engendre un surcoût. D'autres techniques de diagnostic ont été mises en œuvre par la suite pour détecter tout type de défauts. En automatique, le contrôle actif tolérant aux défauts (en anglais, Active Fault Tolerant Control ou AFTC) a comme priorité le maintien de la stabilité du système considéré et ses performances nominales en présence de perturbations et/ou de défauts. En absence de défauts, la commande nominale appliquée au système en boucle fermée assure la stabilité de ce dernier. Dans ce cas, les résidus générés par le bloc détection et isolation de défauts (en anglais Fault Detection and Isolation ou FDI) constitué par des observateurs, sont nuls. Aucun défaut n'est donc détecté. Par contre, en présence de défaut, le bloc FDI détecte, isole et identifie le défaut intervenant, après un temps de réponse de l'observateur. Des informations concernant le défaut, telles que l'instant de son apparition, son type, son amplitude et sa localisation, sont fournis au bloc de contrôle tolérant aux défauts (en anglais, Fault Tolerant Control ou FTC). Le rôle de l'observateur est d'estimer avec précision les défauts et les états du système considéré. L'observateur a comme entrée le signal de commande appliqué au système et les sorties mesurées de ce dernier. La commande

tolérante aux défauts dépend des estimations obtenues par le bloc FDI. Avant de générer cette commande, il est important de considérer la phase de modélisation des systèmes non linéaires. Cette phase est cruciale pour l'étude de la stabilité du système et choix de la structure du contrôleur.

L'étude de la stabilité d'un système industriel commence par une phase de modélisation visant à obtenir une représentation mathématique permettant de décrire son comportement dynamique. Comme systèmes industriels considérés dans la littérature, nous citons les automobiles, les avions, les centrales nucléaires, les réacteurs chimiques, etc. Dans la littérature, le cas linéaire a été pleinement exploré. La modélisation linéaire est considérée dans divers contextes comme l'identification, l'estimation et la commande. Par ailleurs, ce type de modèle permet la description du comportement du système autour d'un seul point de fonctionnement donné, l'hypothèse de linéarité n'étant vérifiée que dans une zone restreinte de l'espace de fonctionnement. Dans l'industrie, vu que les systèmes réels sont de nature non linéaire, les techniques linéaires de commande et de diagnostic développées fournissent donc des performances dégradées dès qu'on s'éloigne du point de fonctionnement. Dans le but d'améliorer les performances des systèmes, il est indispensable de considérer les non-linéarités dans la phase de modélisation, de façon à ce que le comportement du système réel soit décrit sur une large plage de fonctionnement. Il est donc envisageable de considérer une modélisation basée sur le concept de la logique floue. Ceci permettra d'élaborer des systèmes de commande tolérants aux défauts plus performants que ceux développés à partir de modèles linéaires.

**Organisation du mémoire** Le mémoire est structuré en trois chapitres :

1. Un état de l'art sur la stabilité des modèles T-S soumis à des défauts.
2. Une synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles T-S.
3. Une application de la stratégie proposée au circuit d'air du moteur Diesel.

Dans le premier chapitre, nous commençons par exposer des généralités sur le FTC et le diagnostic à base d'observateurs linéaires. Ensuite, nous présentons un état de l'art sur la modélisation floue de type Takagi-Sugeno (T-S) étudiée. La structure de modéli-

sation T-S choisie dans nos travaux, tient compte des non linéarités du système. Cette structure s'appuie sur l'utilisation d'un ensemble de sous-modèles de structure linéaire. Chaque sous-modèle décrit le comportement du système dans une zone de fonctionnement particulière. Ces sous-modèles servent alors à la description du comportement dynamique global du système en utilisant des fonctions non linéaires (fonctions d'activation) définissant la contribution de chaque sous-modèle. Trois approches peuvent être employées pour l'obtention des modèles T-S : par identification, par linéarisation autour de différents points de fonctionnement (dans ce cas il s'agit de modèles locaux affines dû à la présence de la constante de linéarisation) ou par l'approche des secteurs non linéaires. La première approche consiste à identifier les paramètres du modèle local correspondant aux différents points de fonctionnement à partir de données sur les entrées et les sorties. Pour la deuxième et la troisième approche, nous supposons disposer d'un modèle mathématique non linéaire. La capacité des modèles T-S à représenter ou à approcher le comportement dynamique d'un système réel a été largement reconnue. Les modèles T-S sont décrits par un ensemble de sous-modèles partageant un vecteur d'état unique [Takagi et Sugeno (1985)]. Les modèles T-S obtenus incluent le vecteur des états dans les variables de prémisse appelées aussi variables de décision. Dans nos travaux, deux catégories sont considérées selon la nature des variables intervenant dans les fonctions d'activation. En effet, ces variables de prémisse peuvent être connues (entrée et/ou état du système, etc.) ou inconnues (état du système, etc.). La première catégorie considère les modèles T-S à Variables de Prémisse Mesurables (VPM). Ce type de modélisation a fait l'objet de nombreux développements touchant la commande, la stabilisation comme dans [Tanaka *et al.* (2001)], l'estimation d'état et le diagnostic. Par contre, la seconde catégorie à Variables de Prémisse Non Mesurables (VPNM) est très peu explorée dans le domaine de la conception d'observateurs. Parmi les avantages de la modélisation T-S, le modèle à VPM permet d'avoir une représentation approximatif du modèle non linéaire exprimé sous sa forme générale. Un état de l'art sur la stabilisation et l'observation des modèles T-S à VPM et à VPMN est exposé.

Le deuxième chapitre présente l'essentiel de nos contributions : La première contribution consiste à proposer une méthode d'obtention de modèles T-S pour une classe de systèmes non linéaires affines en la commande. La deuxième contribution est la synthèse

de lois de commande stabilisantes et tolérantes aux défauts. Les trois dernières lois de commande proposées sont basées sur la conception d'observateurs T-S. La commande considérée est la commande prédictive à base de modèle (en anglais Model Predictive Control ou MPC). Pour un système dynamique, la commande basée sur la prédiction vise essentiellement deux objectifs : la poursuite de trajectoires désirées au cours du temps et la stabilisation autour de ces trajectoires par rejet de perturbations extérieures. L'objectif du travail présenté dans ce mémoire est d'explorer la structure T-S à VPM et à VPNM. Nous proposons une stratégie de commande prédictive T-S tolérante aux défauts et robuste face aux perturbations et aux incertitudes de modélisation pour les modèles T-S.

Le troisième chapitre présente l'application de la stratégie proposée de reconfiguration au circuit d'air du moteur Diesel (en anglais Diesel Engine Air Path ou DEAP). Les moteurs Diesel sont les systèmes d'entraînement les plus utilisés dans l'industrie, grâce à leur faible consommation du carburant et à leur fiabilité. En contrepartie, le moteur Diesel compte parmi les systèmes fortement polluants en raison d'un haut niveau d'émission d'oxydes d'azote ( $\text{NO}_x$ ). Ces derniers sont formés à très hautes pressions et hautes températures. Il est souhaitable d'atténuer la formation de ces polluants à la source c'est à dire durant la combustion. Le fait de diluer de l'oxygène de combustion avec des gaz d'échappement, contribue à un abaissement de la température dans la chambre de combustion réduisant ainsi considérablement la formation des  $\text{NO}_x$ . Dans ce mémoire, une stratégie de contrôle basée sur la modélisation T-S du système DEAP en présence de fuite d'air et d'un défaut capteur est proposée. Des observateurs T-S sont conçus permettant d'estimer les états du système DEAP et la fuite d'air. Des conditions suffisantes mais non nécessaires de suivi de référence sont établies et mises sous forme d'inégalités matricielles linéaires (en anglais, Linear Matrix Inequalities ou LMIs). L'ensemble des résultats est validé en simulation numérique sur les modèles T-S du système DEAP.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale et quelques perspectives de nos travaux de recherche.

# Chapitre I

## État de l'art sur la stabilité des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S

### I.1 Introduction

Pour la plupart des processus réels, un modèle non linéaire est le plus indiqué pour apporter une bonne représentation. Cependant, dans des contextes comme l'estimation et la commande, une modélisation non linéaire est plus délicate qu'une modélisation linéaire valable sur une zone restreinte de fonctionnement. Dans la littérature, cette représentation est adoptée pour l'analyse de la stabilité et la synthèse de lois de commande de processus non linéaires par des modèles T-S, de même que pour la conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires. Par conséquent, la structure floue de type Takagi-Sugeno (T-S) est introduite en tant que approche de modélisation permettant la représentation d'un système non linéaire ainsi que la considération des techniques actives de contrôle adaptées aux modèles linéaires. Les modèles T-S représentent les systèmes non linéaires sous forme d'une interpolation entre des modèles linéaires locaux. Chaque modèle local est un système dynamique LTI valide autour d'un point de fonctionnement. Dans nos travaux de recherche, la stratégie de contrôle tolérant aux défauts (en anglais, Fault Tolerant Control ou FTC) est entamée par une phase de modélisation T-S ayant comme objectif l'obtention d'une représentation fidèle du comportement du processus considéré. Les travaux de

thèse, exposés dans le présent mémoire, concernent en grande partie la synthèse de lois de commande stabilisantes et tolérantes aux défauts. Bien évidemment, le contrôle et la stabilité du système en fonctionnement nominal (en absence de défauts) doivent être garantis. Dans ce premier chapitre, un état de l'art sur le FTC est exposé avant que soit présentée la structure de la loi de commande choisie. Ensuite, un état de l'art sur l'analyse de la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S est présenté. La stabilisation d'un système en boucle fermée revient à concevoir une loi de commande stabilisante basée sur les théories de Lyapunov.

## I.2 Généralités sur le FTC

Pour éviter des conséquences néfastes suite à un défaut, il est important de considérer ce dernier et d'agir sur la loi de commande afin de compenser l'effet du défaut et permettre au système de continuer à accomplir sa mission. En automatique, cette stratégie de contrôle dite commande tolérante aux défauts, a été appliquée à plusieurs domaines cités selon la littérature : systèmes de commande d'avion, systèmes de commande embarqué dans les véhicules, les turbines à gaz, etc.

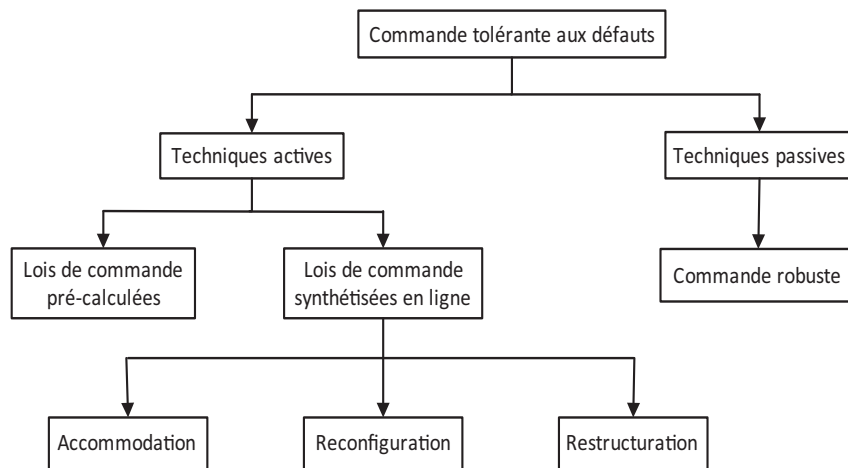


FIGURE I.1 – Classification des techniques de le FTC

Les techniques existantes concernant la tolérance aux défauts sont classées selon deux catégories : passives et actives [Montoya *et al.* (1983)], [Blanke *et al.* (2000)], [Patton (1997)], [Noura *et al.* (1994)], [Steinberg (2005)], [Maciejowski et Jones (2003)], [Theilliol

(2003a)], [Gehin et Staroswiecki (2001)], [Zhang et Jiang (2008)] et [Jiang *et al.* (2005)].

La classification des deux techniques est illustrée dans la figure I.1.

### I.2.1 Les techniques passives

Les techniques passives emploient des lois de commandes considérées comme robustes. Dans ce cas, les défauts sont traités autant que perturbations (exemples : incertitudes paramétriques et perturbations extérieures). En effet, la commande est conçue de façon à ce que le système en boucle fermée soit insensible à un ensemble de défauts supposé connu. Une base de données est donc requise pour la synthèse de ces techniques de contrôle. Dans la littérature, nous citons les techniques passives de la commande tolérante aux défauts développées dans [Patton (1997)] et [Niemann et Stoustrup (2005)].

### I.2.2 Les techniques actives

Dans le cas des techniques actives, la loi de commande est adaptée selon les informations fournies par l'algorithme de diagnostic [Eterno *et al.* (1985)], [Niemann et Stoustrup (1992)] et [Liao *et al.* (2002)]. Ces techniques réagissent suivant les mesures prises suite à l'apparition du défaut. Cette réaction active vise à maintenir la stabilité et si possible les performances nominales du système en temps réel. En présence de défauts, le but des techniques actives est de ramener le système aux trajectoires de référence. A la différence des techniques passives, les techniques actives ne se focalisent pas sur une base de données définissant les défauts pouvant apparaître. Une méthode de diagnostic est nécessaire pour détecter et isoler les défauts intervenant. Cette tâche alarmante est accomplie généralement par un observateur permettant d'estimer les états du système et le défaut intervenant. Un bloc de détection et d'isolation de défauts est indispensable pour obtenir une commande active tolérante aux défauts. Les techniques actives sont décomposées en deux types selon leur façon d'agir sur le système et selon le type de défaut intervenant : l'accommodation au défaut et la reconfiguration du système de commande.



### I.2.2.1 Accommodation

L'accommodation par rejet de perturbation représente une technique d'accommodation aux défauts par le principe de compensation. La compensation est établie soit par la sélection d'une loi de commande prédéfinie, soit par la synthèse en ligne d'une nouvelle loi de commande. Lorsque le défaut se manifeste, la structure de la loi de commande ne change pas. Par conséquent, l'adaptation se traduit par le recalcul des gains du système de commande par rapport à la perte de l'efficacité soit par compensation de l'effet des défauts de faibles amplitude dans le but de garantir des performances acceptables. En présence de défaut à forte amplitude, deux choix se présentent, soit changer la trajectoire du système soit augmenter le temps de réponse. En fait, le bloc de FDI est cruciale pour l'accommodation par le principe de compensation et pour l'analyse de la stabilité du système tolérant aux défauts. Dans la littérature, les techniques actives d'accommodation sont consacrées particulièrement au domaine de l'aéronautique. Nous citons les techniques de commande étudiées dans le but d'accommodation depuis les années 1980, la commande linéaire quadratique [Eterno *et al.* (1985)], la méthode de la pseudo-inverse [Gao et Antsaklis (1991)], la commande prédictive [Maciejowski et Jones (2003)], la commande adaptative, la commande par modèle de référence, la commande par mode glissant, la commande par placement de structure propre, la linéarisation entrée/sortie, etc. Dans [Theilliol (2003b)], l'auteur propose une loi de commande capable de réduire, voire même annuler l'effet des défauts intervenants, basée sur le principe du rejet de perturbations. L'objectif de l'auteur est de mener le système à ses performances nominales initiales afin de maintenir sa stabilité. Dans le cas défaut de type capteur, la méthode de compensation fait appel à un banc d'observateurs généralisés insensibles aux défauts. Concernant les défauts actionneurs et défauts système, la méthode d'accommodation réinjecte l'erreur d'estimation dans la loi de commande.

### I.2.2.2 Reconfiguration de lois de commande

La reconfiguration de lois de commande consiste à calculer une nouvelle loi de commande en tenant compte des défauts. A cause de contraintes économiques et techniques, il n'est pas toujours possible de changer la structure du système ou de la commande pour

compenser l'effet des défauts. Dans cette situation particulière, une commande tolérante aux défauts est dérivée de la loi de commande calculée pour le cas nominal. La solution revient à estimer le défaut grâce à un bloc de détection et d'isolation de défauts (en anglais, Faults Detection and Isolation FDI) pour transmettre ensuite les informations obtenues à un deuxième bloc dit FTC. Une nouvelle loi de commande est déduite résultant du rajout d'un terme relatif au défaut détecté au niveau de la commande nominale. Dans ce contexte, nous citons la loi de commande re-séquentée (Control law re-scheduling) [Oudghiri (2008)], [Leithead (1999)] et [Stilwell et Rugh (1999)], la commande par la méthode du pseudo-inverse proposée par [Gao et Antsaklis (1991)]. Le but consiste à minimiser l'erreur de poursuite de trajectoire poussant le système en défaut à avoir approximativement le même comportement que le système de référence sans défaut. L'inconvénient est que cette commande nécessite un module FDI suffisamment robuste, pour éviter une dégradation des performances ou une instabilité du système suite à une fausse alarme ou à un défaut non détecté.

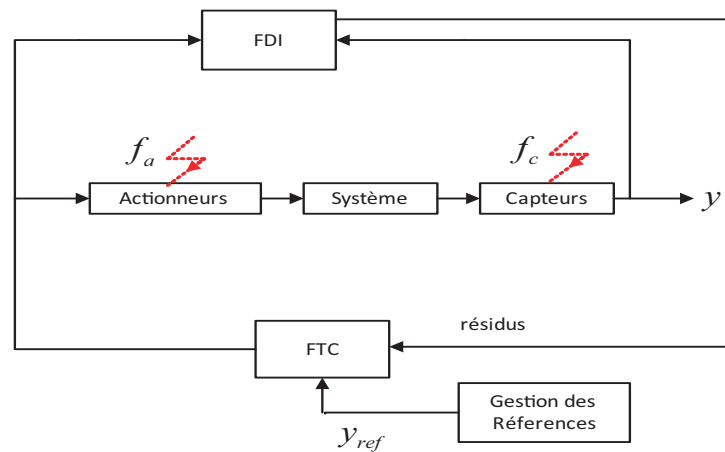


FIGURE I.2 – Architecture du FTC

Afin d'atteindre une reconfiguration de lois de commande effective, la connaissance du vecteur d'états du système en fonctionnements normal et défaillant est requise. La détection, l'isolation et le diagnostic de défauts permettent d'atteindre ces objectifs.

### I.2.3 Généralités sur le diagnostic

Deux grandes catégories de méthodes de diagnostic sont identifiables dans la littérature. La première catégorie est celle basée sur la redondance matérielle. Ces méthodes sont considérées fiables mais encombrantes et coûteuses. La redondance matérielle consiste à multiplier le nombre de capteurs mesurant une même grandeur. La redondance matérielle est très utilisée dans le cas où les conséquences de sécurité des humains et du procédé sont plus importantes que les contraintes économiques. Ces méthodes sont employées dans des domaines comme l'automobile, l'aéronautique ou l'aérospatial. La seconde catégorie se base sur des algorithmes de diagnostic qui fournissent des informations concernant l'état du système [Patton (1997)]. Sur le plan pratique, l'hypothèse selon laquelle le vecteur d'état est accessible à la mesure n'est pas toujours vérifiée. En réalité, pour des raisons techniques et économiques, l'inconvénient principal est de ne pas pouvoir mesurer la totalité des variables d'état du système, d'ici vient le besoin d'estimer ces dernières à partir de données entrées-sorties [Noura *et al.* (2000)].

#### I.2.3.1 Définitions et terminologies

Nous reprenons dans la liste ci-dessous, les définitions proposées par le comité technique SAFEPROCESS de l'IFAC (International Federation of Automatic Control) et reprises dans [Isermann et Balle (1997)].

**Faute :** cause ou origine d'une erreur. La faute est définie par la cause que l'on veut prévenir ou tolérer.

**Erreur :** différence entre une mesure (réalité) et une observation (résultat de calcul). Une erreur est causée par une ou plusieurs fautes.

**Défaut :** déviation non acceptable d'au moins une caractéristique d'un système (actionneur(s) - système - capteur(s)) par rapport à sa valeur nominale.

**Défaillance :** interruption permanente de la capacité du système à accomplir sa mission dans des conditions de fonctionnements opérationnelles spécifiées, conséquence d'un ou plusieurs défauts.

**Panne :** état d'un système incapable d'assurer sa fonction à la suite d'une défaillance.

**Résidu :** indicateur d'anomalie fonctionnelle ou comportementale. Un résidu est un signal issu des relations de redondance analytique du modèle du système. Il a pour objectif de mettre en évidence, dans le cadre de diagnostic, l'apparition d'une ou plusieurs fautes, Noura (2005).

**Détection de défaut :** (en anglais Fault Detection ou FD) : fonction consistant à déterminer l'apparition et l'instant d'occurrence d'un défaut. Cette fonction peut être obtenue en utilisant le résidu généré en comparant le comportement du modèle du système à celui du système réel. Idéalement, un résidu est nul lorsque le système est en fonctionnement normal et il diffère de 0 en cas de défaut.

**Isolation de défaut :** détermination du type, de la localisation et de l'instant d'occurrence d'un défaut.

**Identification :** détermination de la taille et du comportement temporel d'un défaut.

**Diagnostic :** détermination du type, de la taille, de la localisation et de l'instant d'occurrence d'un défaut. Il inclut la détection, l'isolation et l'identification des défauts.

**Redondance analytique :** détermination d'une variable par la mesure ou par l'utilisation d'un modèle mathématique du processus considéré.

**Modélisation du défaut :** détermination d'un modèle mathématique pour décrire un effet spécifique du défaut.

### I.2.3.2 Classification des défauts

**Défaut actionneur :** cette défaillance affecte l'actionneur totalement ou partiellement et conduit à la perte d'une action de commande sur le système. Soit l'exemple du vérin bloqué ne répondant plus au signal de commande qui lui est appliqué. Dans ce cas, il est question d'une perte totale de l'actionneur. Un défaut partiel du vérin peut être la conséquence d'une baisse d'efficacité à cause d'un problème hydraulique (fuite), d'un vieillissement ou d'une saturation. Suite à de tels défauts, il est déduit un fonctionnement dégradé du système causant son instabilité.

**Défaut capteur :** ce type de défaut se manifeste par une erreur au niveau de la mesure d'une grandeur physique. La perte totale d'un capteur peut être causée par une perte de connexion physique (électrique par exemple) entre la source d'information

et le capteur, ou également un dysfonctionnement du capteur (usure mécanique, problème logiciel, etc.). Si le défaut est partiel, c'est qu'il se présente sous la forme d'un biais, d'une dérive, d'une baisse d'efficacité, d'un défaut de calibrage, etc.

**Défaut système :** ce type de défaut est celui qui affecte les composants du système, comme par exemple la masse, les coefficients aérodynamiques, etc. Ce défaut est généralement présenté par des incertitudes ou des erreurs de modélisation.

Considérons le cas des systèmes à multi-entrées multi-sorties (en anglais, Multi-Input Multi-Output ou MIMO). Lors de l'apparition d'un défaut actionneur, il est nécessaire de vérifier la commandabilité du système avec les actionneurs encore en bon état. Cette étude est importante avant de re-calculer une nouvelle loi de commande. Dans le cas d'une perte d'efficacité d'un actionneur résultant d'un vieillissement, il s'agit d'une commande tolérante aux défauts vu que l'actionneur fonctionne toujours. Les défauts peuvent être additifs ou multiplicatifs. Les défauts multiplicatifs sont généralement transformés en défauts additifs comme considéré dans [Noura *et al.* (2000)] et [Rodrigues (2005)]. Cependant, les défauts multiplicatifs sont représentés par des changements dans la matrice d'états du système. Les défauts affectant le système se définissent sous la forme d'une variation de paramètres des matrices représentant le modèle du système. Les figures I.3 et I.4 montrent les défauts additifs qui influencent une variable  $Y$  par l'ajout du défaut  $f$  au signal d'entrée  $Y_u$ . Cette première modélisation est appropriée aux défauts capteurs et actionneurs ou encore aux bruits de mesures. Les défauts multiplicatifs peuvent être considérés également comme des incertitudes paramétriques  $\Delta A$  du procédé.

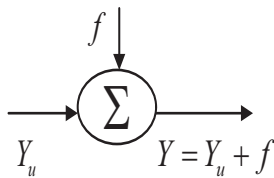


FIGURE I.3 – Défaut additif

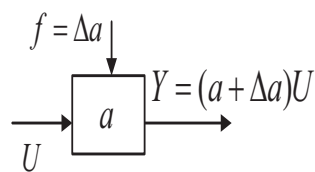


FIGURE I.4 – Défaut multiplicatif

Dans ce qui suit, nous considérons le diagnostic à base d'observateur permettant d'obtenir les estimations des mesures disponibles et indisponibles.

### I.2.3.3 Méthodes de diagnostic basées sur les observateurs linéaires

Dans le cas de nombreux procédés industriels, il est difficile voire même impossible de réaliser les mesures de certaines de ses grandeurs physiques pouvant constituer les variables d'état. De ce fait, pour assurer un contrôle satisfaisant de ces procédés en l'absence de capteurs physiques adéquats, il est nécessaire d'avoir les valeurs des variables non accessibles. La solution dans ce cas est d'employer les méthodes à base d'observateur d'état. La conception d'un observateur est réalisée en deux étapes : une première phase de synthèse de l'observateur et une seconde d'analyse de la convergence de l'état de l'observateur vers l'état réel du système. La synthèse de l'observateur se base sur les informations disponibles concernant le système (le modèle dynamique), les signaux d'entrées et les sorties mesurables. Il existe dans la littérature un observateur adapté à chaque représentation du système : linéaire, non linéaire, déterministe, stochastique, etc. [Corriou (1996)] et [Borne *et al.* (1990)]. La reconstruction d'état d'un système LTI a été proposée initialement dans [Luenberger (1971)], l'observateur est dit de Luenberger. Nombreux sont les observateurs proposés dans la littérature : observateur à entrées inconnues par découplage [Koenig et Mammar (2001)], observateur proportionnel intégral (en anglais Proportional Integral ou PI) [Hamdi *et al.* (2011)], observateur à modes glissants [Young et Ozguner (1999)], observateur adaptatif, observateur par apprentissage itératif et estimateur direct de sortie, etc. L'observateur à entrées inconnues (en anglais Unknown Input Observer ou UIO) a attiré l'attention de nombreux chercheurs [Akhenak *et al.* (2004)], [Luenberger (1971)] et [Chen et Saif (2004)]. En présence d'incertitudes, le système de diagnostic est construit à partir d'UIO pour générer des résidus sensibles aux défauts et insensibles aux incertitudes considérées comme des entrées inconnues.

#### Observateur de Luenberger :

Le principe de l'observateur de Luenberger est donné dans [Luenberger (1964)], [Luenberger (1966)] et [Luenberger (2000)]. Le bloc de FDI permet la détection et l'isolation des défauts affectant le procédé. L'observateurs de Luenberger pour les systèmes linéaires invariants dans le temps (en anglais Linear Time Invariant LTI), comme il est détaillé

dans [Join (2002)]. Soit la représentation d'état suivante d'un modèle LTI :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

avec  $x \in \mathbb{R}^n$  le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^m$  le vecteur des commandes (entrées externes connues) et  $y \in \mathbb{R}^p$  le vecteur des sorties mesurées et où  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$  et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  représentent les matrices d'état. La structure et les paramètres sont supposés connus.

**Théorème I.2.1** *Considérons un système de la forme (I.1). Son observateur est donné par un modèle de la forme :*

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

où  $\hat{x}$  représente l'état estimé,  $\hat{y}$  la sortie estimée et  $L$  le gain de l'observateur à déterminer.

**Théorème I.2.2** *Les valeurs propres de  $(A - LC)$  sont fixées arbitrairement, si et seulement si la paire  $(A, C)$  est observable :*

$$\text{rang} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{(n-1)} \end{bmatrix} \end{pmatrix} = n \quad (\text{I.3})$$

*Si le système LTI (I.1) satisfait la condition du rang d'observabilité (I.3), alors il existe un observateur de la forme (I.2).*

La dynamique de cet observateur dépend de la matrice  $(A - LC)$  dont les valeurs propres sont à fixer sous condition que le système linéaire soit observable.

L'erreur de reconstruction de la sortie est :

$$\tilde{y}(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (\text{I.4})$$

L'erreur d'estimation de l'état est :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (\text{I.5})$$

L'erreur de reconstruction de la sortie peut être réécrite en fonction de celle d'estimation de l'état :

$$\tilde{y}(t) = Ce(t) \quad (\text{I.6})$$

Un observateur de Luenberger pour un système LTI est représenté par la figure (I.5).

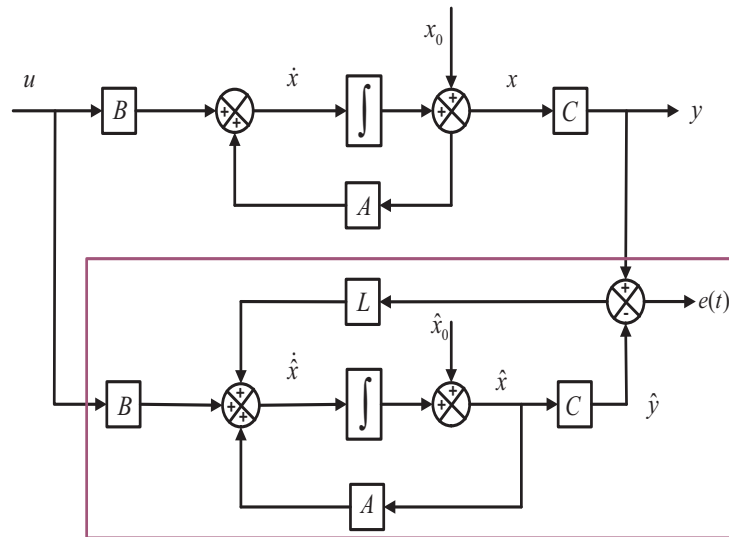


FIGURE I.5 – Structure d'un observateur de Luenberger

La représentation d'état (I.2) de l'observateur de Luenberger peut être réécrite sous la forme commune suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

La dynamique de l'erreur de reconstruction d'état devient :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (\text{I.8})$$



La matrice  $L$  est déterminée de telle sorte que le système LTI soit stable impliquant que l'état reconstruit tende asymptotiquement vers l'état réel du système. La vitesse de convergence est choisie arbitrairement et dépend de la matrice gain  $L$  qui sera déterminée par placement de pôles de manière optimale (filtre de Kalman) telle que :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0 \quad (\text{I.9})$$

Si le système est complètement stable, nous pouvons toujours trouver la matrice  $L$  telle que l'erreur de reconstruction de sortie  $e(t)$  soit asymptotiquement stable.

Cependant, en employant des représentations mathématiques linéaires pour le diagnostic et le contrôle de systèmes complexes non linéaires, des résultats peu concluants ont été obtenus [Ichalal (2009)]. Pour cela dans la section suivante, nous expliquons qu'une modélisation T-S est basée sur une décomposition du comportement dynamique du système non linéaire autour de différentes zones de fonctionnement. En fait, la structure T-S est introduite en tant qu'approche de modélisation permettant de considérer des techniques actives de contrôle adaptées aux modèles linéaires.

### I.3 Modélisation T-S des systèmes non linéaires

Un système non linéaire peut être représenté par des modèles T-S [Takagi et Sugeno (1985)] dont la structure est simple. Celle-ci est constituée de modèles linéaires interpolés par des fonctions non linéaires bornées. Les modèles T-S sont basés sur des règles telles que :

**SI prémisse ALORS conséquence.**

Les conséquences correspondent à des sous-modèles. Les variables de prémisse sont obtenues à partir de propositions linguistiques permettant l'évolution des fonctions d'activation (pondération). La modélisation considérée au cours de ce travail est basée sur une interpolation entre les modèles linéaires locaux. Les  $N$  sous-modèles décrivent le comportement dynamique du système non linéaire dans différentes zones de fonctionnement.

Soient  $h$  et  $g$  deux fonctions non linéaires. La représentation d'état du système est donnée

par (I.10) :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = h(x(t), u(t)) \\ y(t) = g(x(t)) \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

### I.3.1 Forme quasi-linéaire à paramètres variables

Afin d'obtenir une représentation T-S du système non linéaire (I.10), ce dernier est réécrit sous une forme quasi-linéaire à paramètres variables (en anglais quasi-Linear Parameter Varying ou quasi-LPV) selon une forme polytopique :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) \\ y(t) = C(\theta)x(t) \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des matrices représentant l'espace d'état continu avec des paramètres variables.  $\theta$  représente le vecteur des variables de prémisse dépendant des états du système et des entrées de commande [Orjuela (2008)], [Orjuela *et al.* (2009)], [Nagy *et al.* (2010)], [Rodrigues *et al.* (2008)], [Leith et Leithead (2002)] et [Huang et Jadbabaie (1999)]. Cependant, la forme d'un modèle quasi-LPV n'est pas unique. A chaque représentation quasi-LPV correspond un ensemble particulier de variables de prémisse. Le choix de ces variables de prémisse se base sur un ensemble de critères mis au point selon l'analyse de stabilité et/ou les objectifs d'observabilité [Nagy *et al.* (2009)].

### I.3.2 Représentation d'état d'un modèle T-S

Le modèle flou obtenu est constitué de deux ensembles de sous-modèles LTI représentant les bornes inférieures et supérieures,  $(\theta, \bar{\theta})$ , comme il est décrit dans [Tanaka *et al.* (2001)], [Aouaouda *et al.* (2013)], [Ichalal *et al.* (2012a)], [Ichalal (2009)], [Ben Hamouda *et al.* (2014a)], [Ben Hamouda *et al.* (2014c)], [Djemili *et al.* (2012a)] et [Djemili *et al.* (2012c)]. La représentation d'état du modèle T-S est donnée par la relation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

Les matrices  $A_i$ ,  $B_i$  et  $C_i$  sont constantes et  $\{A_i, B_i\}$  sont des sous-modèles asymptotiquement stables. La structure T-S du modèle est décrite par les fonctions de pondération  $\mu_i(\theta)$  [T. Johansen et Murray-Smith (2000)] et [Tanaka *et al.* (2001)]. La fonction d'activation  $\mu_i(x(t), u(t))$  est normalisée ; elle détermine le degré d'activation du  $i^{\text{ème}}$  sous modèle associé, en fournissant une transition graduelle de ce modèle vers le modèle voisin. Ces fonctions sont généralement triangulaires ou gaussiennes et satisfont la propriété suivante :

$$\sum_{i=1}^N \mu_i(x(t), u(t)) = 1 \quad (\text{I.13})$$

avec  $0 \leq \mu_i(x(t), u(t)) \leq 1, \forall i \geq 0$ .

Bien évidemment, le  $i^{\text{ème}}$  modèle linéaire décrit la dynamique du système autour du  $i^{\text{ème}}$  point de fonctionnement. Plusieurs études existent dans cet intéressant axe, où les chercheurs traitent des représentations mathématiques variées de modèles non linéaires pouvant se mettre sous la forme quasi-LPV avec une représentation polytopique donnée par  $A_0 + \sum_{i=1}^N \mu_i(t)A_i$  [Angeli *et al.* (2000)].

La  $i^{\text{ème}}$  règle du modèle T-S est de la forme suivante :

$$\begin{aligned} &\text{SI } \theta_1(x, u) \text{ EST } Ms_{i1} \text{ ET ... SI } \theta_N(x, u) \text{ EST } Ms_{iN} \\ &\text{ALORS } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t), \quad i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$

Pour  $r$  variable de prémisses, il y a  $N$  sous-modèles ayant la forme polytopique suivante :

$$Ms(\theta) = \sum_{i=1}^N : \mu_i Ms_i = \mu_{1,1} Ms_1 + \mu_{1,2} Ms_2 \dots + \mu_{\frac{N}{2},1} Ms_N - 1 + \mu_{\frac{N}{2},2} Ms_N \quad (\text{I.15})$$

### I.3.3 Approches d'obtention d'un modèle T-S

Trois différentes approches peuvent être employées pour obtenir les modèles T-S : Par identification et estimation des paramètres obtenus suite à des mesures expérimentales. Les auteurs Wang et Tanaka ont proposés dans [Tanaka *et al.* (1996)] de faire une transformation directe pour obtenir un modèle affine en l'état. Cette approche ne génère pas d'erreur d'approximation et a l'avantage de réduire le nombre de sous-modèles. Une troisième approche est la linéarisation autour de points de fonctionnement avec :  $A(\theta) = \nabla_x h(x, u)$ ,  $B(\theta) = \nabla_u h(x, u)$  et  $C(\theta) = \nabla_x g(x, u)$ .

### I.3.3.1 Modèles obtenus par identification

Les modèles considérés sont de type boîte noire. Leur identification est établie grâce aux informations disponibles sur les entrées/sorties autour de différents points de fonctionnement [Tanaka et Sugeno (1992)]. L'identification passe par trois étapes : rechercher une structure optimale du modèle, estimer les paramètres et valider le modèle final.

### I.3.3.2 Modèles obtenus par linéarisation

Pour cette approche, nous devons disposer d'un modèle mathématique non linéaire représentant le processus physique. Ce modèle est linéarisé autour de différents points de fonctionnement. Ceci revient à approximer la fonction non linéaire  $h(\cdot)$  à travers son plan tangent au point  $(x_i, u_i)$ . Dans ce cas, le nombre  $N$  de sous-modèles dépend du degré de précision désiré pour la modélisation, de la complexité du système non linéaire et du choix de la structure des fonctions d'activation [Nagy (2010)].

### I.3.3.3 Modèles obtenus par secteur non linéaire

Initialement proposée par Tanaka et al dans [Tanaka *et al.* (1998)], cette approche dite aussi par transformation d'un système non linéaire affine en la commande, est basée sur une Transformation Polytopique Convexe (TPC) de fonctions scalaires origines de la non linéarité. L'approche par secteur non linéaire n'engendre pas d'erreur d'approximation. Elle a également l'avantage de réduire le nombre de modèles locaux par comparaison avec l'approche de linéarisation. En effet, c'est l'approche la plus utilisée dans des contextes comme l'analyse de stabilité des systèmes non linéaires représentés par un modèle T-S et la synthèse de régulateurs [Tanaka *et al.* (1996)], [Ichalal *et al.* (2012a)], [Djemili *et al.* (2012a)] et [Abidi *et al.* (2012)]. L'approche par secteur non linéaire permet d'obtenir une forme T-S équivalente au modèle non linéaire sans perte d'information. Cette approche est moins conservative et basée uniquement sur les bornes supérieures et inférieures des termes non linéaires, comme est décrit par le Lemme I.3.1. Dans [T. Johansen et Murray-Smith (2000)] et [Boyd *et al.* (1994)], l'approche T-S obtenue par secteur non linéaire à partir d'un modèle mathématique est une représentation polytopique convexe.

**Lemme I.3.1** *Soit une fonction  $\theta(x, u)$  continue et bornée sur un domaine  $D \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$  à valeurs dans  $\mathbb{R}$  avec  $x \in \mathbb{R}^n$  et  $u \in \mathbb{R}^m$ . Il existe deux fonctions ( $v = 1, 2$ ) :*

$$\begin{aligned}\mu_v : D &\mapsto [0, 1] \\ (x, u) &\mapsto \mu_v(x, u)\end{aligned}$$

avec  $\mu_1(x, u) + \mu_2(x, u) = 1$ , telles que :

$$\theta(x, u) = \mu_1(x, u)\bar{\theta} + \mu_2(x, u)\underline{\theta}$$

et

$$\bar{\theta} = \max_{x, u \in D} \{\theta(x, u)\} \text{ et } \underline{\theta} = \min_{x, u \in D} \{\theta(x, u)\}.$$

les fonctions  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont définies par :

$$\mu_1(\theta) = \frac{\theta(x, u) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} ; \mu_2(\theta) = 1 - \mu_1(\theta) = \frac{\bar{\theta} - \theta(x, u)}{\bar{\theta} - \underline{\theta}}$$

Le polytope obtenu a  $N = 2^r$  sommets où  $r$  est le nombre de variables de prémisse. Cette forme polytopique est une généralisation de systèmes affines. La variation du vecteur  $\theta$  est représentée par un ensemble de matrices sommets  $Ms$  définissant le polytope, sous la condition que la matrice  $Ms$  soit considérée comme une matrice de sous-modèles et que sa relation avec la structure du modèle T-S soit évidente où  $Ms(\theta) = \sum_{i=1}^N \mu_i Ms_i$ . Étant donné que les variables de prémisse dépendent des non linéarités du système, elles sont souvent des fonctions de variables inconnues comme par exemple les variables d'état qui ne sont pas directement mesurables. En conséquence, la connaissance précise des bornes inférieures et supérieures n'est pas toujours possible. L'influence de ce problème de bornitude est discutée dans [Nagy (2010)]. Dans le second chapitre une approche d'obtention de modèles T-S est proposée. En effet, le comportement dynamique du système non linéaire est caractérisé par une représentation d'état T-S, composé de  $N$  modèles locaux linéaires ou affines. Chaque sous-modèle est obtenu par une linéarisation non stationnaire autour de points de fonctionnement.

### I.3.4 Critères de choix des variables de prémisse

Le nombre et la position des différents points de fonctionnement sont délicats à choisir. Ainsi, le choix des variables de prémisse est réalisé suivant un ensemble de règles mis

au point afin d'atteindre les objectifs d'analyse de stabilité, de commandabilité et/ou d'observabilité. L'avantage de la propriété de convexité des fonctions d'interpolation des sous-modèles est qu'elles ne font pas partie de la résolution des inégalités matricielles linéaires (en anglais, Linear Matrix Inequalities ou LMIs). En effet, la forme quasi-LPV (I.11) représentant un système non-linéaire de la forme (I.10) n'est pas unique. Pour chaque forme quasi-LPV, un ensemble particulier de variables de prémisse est obtenu. Le nombre de sous-modèles et la structure du modèle global dépendent du choix des variables de prémisse. Dans [Tanaka *et al.* (2001)] et [Bergsten *et al.* (2001)] des techniques sont proposées pour réduire le temps de calcul et faciliter l'existence d'une solution aux LMIs. Les conditions LMI deviennent plus complexes lorsque le nombre de variables d'état impliquées dans les variables de prémisse augmente [Bergsten et Palm (2000)]. Le choix de cet ensemble est important puisqu'il affecte le nombre de sous-modèles et la structure globale du modèle [Nagy *et al.* (2009)]. Cet degré de liberté est utilisée pour rendre plus facile l'étude de contrôlabilité, d'observabilité et d'analyse de stabilité. Voici les quatre points directifs cités dans [Tanaka *et al.* (2007)] :

- La matrice de commande du système quasi-LPV ne doit pas être une matrice nulle. C'est une condition nécessaire pour le contrôle du système.
- Une forme quasi-LPV avec un nombre minimal de variables de prémisse est préférable.
- Un modèle T-S avec un nombre minimal de sous-modèles doit être choisi.
- Le vecteur de variables de prémisse doit dépendre d'un nombre minimal de variables d'état [Bergsten et Palm (2000)] et [Bergsten et Palm (2002)].

### Exemple introductif :

Dans [Nagy *et al.* (2010)], l'auteur applique la TPC à un système dynamique non linéaire, de sorte à mettre l'accent sur le choix des variables de prémisse et sur la représentation quasi-LPV choisi. Soit le système :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= \cos(x_1)x_2 + x_1^3u \\ \dot{x}_2 &= \frac{x_1}{\sqrt{x_2}} - x_1^2x_2\end{aligned}\tag{I.16}$$

L'auteur expose plusieurs représentations quasi-LPV (I.11) représentant le système (I.16) pour faire apparaître une forme affine en l'état et en la commande. Parmi les représen-

tations qui existent nous citons ici deux d'entre elles :

$$A(\theta(x, u)) = \begin{bmatrix} x_1^2 u & \cos(x_1) \\ \frac{1}{\sqrt{x_2}} & -x_1^2 \end{bmatrix}; B(\theta(x, u)) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

$$A(\theta(x, u)) = \begin{bmatrix} 0 & \cos(x_1) \\ \frac{1}{\sqrt{x_2}} - x_1 x_2 & 0 \end{bmatrix}; B(\theta(x, u)) = \begin{bmatrix} x_1^3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.18})$$

L'auteur retient la seconde représentation donnée par (I.18) pour répondre à un nombre maximale de critères de choix. Il obtient l'ensemble des variables de prémisse représentant les non linéarités du système :  $\theta_1 = \cos(x_1)$ ,  $\theta_2 = x_1^3$  et  $\theta_3 = \frac{1}{\sqrt{x_2}} - x_1 x_2$ . Dans une deuxième étape la TPC est appliquée, l'auteur obtient un polytope avec  $8 = 2^3$  sommets pour construire ensuite le modèle T-S flou.

Dans la littérature, l'analyse de stabilité et la synthèse d'observateurs et de contrôleurs pour les systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S, sont réalisées par résolution de LMI [Wang *et al.* (1996)], [Bergsten et Palm (2000)], [Bergsten *et al.* (2001)], [Chadli *et al.* (2001)], [Tanaka *et al.* (2001)], [Akhenak (2004)], [Tanaka *et al.* (2007)], [Ichalal *et al.* (2012b)] et [T. Guerra et Bernal (2009)], [Boukroune *et al.* (2010)]. Garantir l'observabilité et la contrôlabilité du système global, représenté par un modèle T-S, mène à assurer l'existence d'une solution aux LMI associées à chaque sous-modèle [T. Guerra et Bernal (2009)].

## I.4 Stabilisation et observation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S

Dans cette section, un état de l'art sur la stabilité et la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S (I.12) est présenté. La stabilisation revient à concevoir une loi de commande stabilisante du système en boucle fermée. Des techniques basées sur la théorie de Lyapunov sont utilisées. La formulation LMI est utilisée en tant qu'outil d'analyse et de synthèse de lois de commande. La technique la plus utilisée est la structure PDC (Parallel Distributed Compensation). Dans la sous-section suivante nous présentons quelques travaux de la littérature basés sur cette structure. Dans [Tanaka

*et al.* (1998)] des lois de commande par retour d'état flou ont été élaborées. Ces lois de commandes résultants des conditions basées sur les fonctions de Lyapunov quadratiques. Dans [Tanaka *et al.* (1998)], [Tanaka *et al.* (1998)] et [Tanaka *et al.* (1998)], des critères en termes de LMIs sont établis constituant des conditions suffisantes mais non nécessaires pour assurer la stabilisation d'un système non linéaire représenté par un modèle T-S.

### I.4.1 Etude de la stabilité d'un système non linéaire représenté par un modèle T-S autonome

La stabilité des systèmes non linéaires représentés par un modèle T-S a fait l'objet de nombreux travaux.

Soit un modèle T-S autonome ( $u(t) = 0$ ), représenté par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) A_i x(t) \quad (\text{I.19})$$

où  $N$  représente le nombre de sous-modèles.

**Théorème I.4.1** *Le système (I.19) est dit quadratiquement stable, s'il existe une matrice  $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symétrique et définie positive telle que les conditions suivantes sont vérifiées pour  $i = 1, \dots, N$  [Tanaka et Sugeno (1992)] :*

$$A_i^T P + P A_i < 0 \quad (\text{I.20})$$

**Démonstration I.4.1** *La stabilité d'un système non linéaire représenté par un modèle T-S autonome s'appuie sur le choix d'une fonction de Lyapunov candidate  $V(x(t)) = x(t)^T P x(t)$  où  $P = P^T > 0$ . Des conditions formulées en termes de LMI sont à résoudre simultanément grâce à l'emploi de la propriété de somme convexe des fonctions de Lyapunov.*

Le choix de la matrice de Lyapunov  $P$  doit assurer la stabilité de chaque sous-modèle ; les valeurs propres de  $A_i$ ,  $i \in 1, \dots, N$  appartiennent au demi-plan gauche du plan complexe. La même condition doit être vérifiée pour :  $\sum_{i=1}^N A_i$ . Cependant, l'interpolation de sous-modèles stables n'est pas forcément stable. Dans [Tanaka *et al.* (1998)], il est vérifié



que lorsque le nombre  $N$  de sous-modèles augmente, il devient difficile de trouver une matrice commune  $P$  satisfaisant à l'ensemble des  $N$  LMIs.

Dans des travaux ultérieurs, des conditions de stabilité moins restrictives que celles obtenues par le Théorème I.4.1 sont proposées. L'idée consiste à trouver des matrices  $P_i$  au lieu d'une seule matrice commune  $P$  [Tanaka *et al.* (2003)] et [Chadli *et al.* (2002)] afin de relaxer les contraintes de stabilité du Théorème I.4.1. Dans [Johansson (1999)], les auteurs considèrent des fonctions de Lyapunov polyquadratiques de la forme suivante :

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)^T \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (P_i x(t)) \quad (\text{I.21})$$

Une autre solution proposée consiste à utiliser une fonction de Lyapunov non quadratique définie par :

$$V(x(t)) = \max \{V_1(x(t)), V_2(x(t)), \dots, V_N(x(t))\} \quad (\text{I.22})$$

où

$$V_i(x(t)) = x(t)^T P_i x(t), \quad P_i = P_i^T > 0, \quad i = 1, \dots, N. \quad (\text{I.23})$$

Cette fonction a été exploitée pour l'étude de la stabilité des systèmes linéaires à paramètres variables (en anglais Linear Parameter Varying ou LPV) dans [Boyd *et al.* (1994)] et des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S dans [Chadli (2002)] et [Johansson (1999)]. Les conditions de stabilité obtenues par cette fonction de Lyapunov sont données par le théorème suivant :

**Théorème I.4.2** *Le système (I.19) est stable, s'il existe des matrices  $P_j = P_j^T > 0$  et des scalaires  $\tau_{ijk} > 0$  tels que [Johansson (1999)] :*

$$A_i^T P_j + P_j A_i + \sum_{k=1}^N \tau_{ijk} (P_j - P_k) < 0 \quad (\text{I.24})$$

avec  $P_j > 0$  et  $\tau_{ijk} > 0$ , pour  $i, j = 1, \dots, N$

Ces résultats constituent des conditions de stabilité moins restrictives que les conditions de stabilité quadratique. En effet, elles sont exprimées en termes d'inégalité matricielle bilinéaire (en anglais, Bilinear Matrix Inequality ou BMI) qui sont cependant plus difficiles

à résoudre que les LMIs [T. Guerra et Tirmant (2006)], [Chadli *et al.* (2002)], [Tanaka et Wang (2001)], [Yoneyama (2008)] et [Tanaka *et al.* (2003)].

### I.4.2 Stabilisation par une commande de type PDC

Le contrôleur flou réalisé et le modèle T-S à Variables de Prémisse Mesurables (VPM) partagent ensemble la même base de règles. L'idée revient à synthétiser un compensateur pour chaque règle floue du modèle T-S [Tanaka et Sano (1994)]. Le régulateur PDC est défini comme suit :

$$\begin{aligned} \text{SI } \theta_1(x, u) \text{ EST } Ms_{i1} \text{ ET ... SI } \theta_N(x, u) \text{ EST } Ms_{iN} \\ \text{ALORS } \left\{ u(t) = -K_i x(t), \quad i \in 1, \dots, N \right. \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

où  $K_i$  représente la matrice gains de retour d'état. Ce régulateur correspond à un retour d'état non linéaire utilisant les mêmes fonctions  $\mu_i(t)$  que le modèle T-S. Le modèle T-S suivant est considéré :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)), \quad i \in 1, \dots, N \quad (\text{I.26})$$

La commande PDC globale est la suivante :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) K_i x(t) \quad (\text{I.27})$$

La synthèse de la loi de commande consiste donc à déterminer une matrice de gains  $K_i$ ,  $i \in 1, \dots, N$ , pour chaque sous-modèle. Le modèle T-S en boucle fermée est alors donnée par :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta) \mu_j(\theta) ((A_i - B_i K_j) x(t)) \quad (\text{I.28})$$

En posant  $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ , l'expression de la boucle fermée devient :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta) \mu_j(\theta) (G_{ij} x(t)) \quad (\text{I.29})$$

Les conditions de stabilisation sont obtenues en remplaçant les matrices d'état en boucle ouverte par celles de la boucle fermée. Nous appliquons le résultat du Théorème I.4.1 à l'équation (I.29) et nous remplaçons  $A_i$  par  $G_{ij}$  pour aboutir aux conditions de stabilisation données par le théorème suivant :

**Théorème I.4.3** *Le modèle T-S donné par (I.28) est asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$  vérifiant les inégalités suivantes [Tanaka et Sano (1994)] :*

$$G_{ii}^T P + P G_{ij} < 0, \quad i \in 1, \dots, N \quad (\text{I.30})$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) < 0, \quad i < j, \quad i, j \in 1, \dots, N \quad (\text{I.31})$$

La synthèse de la commande PDC (I.27) consiste donc à chercher la matrice de Lyapunov  $P > 0$  ainsi que les gains du contrôleur  $K_i$ . Les conditions du Théorème I.4.3 sont des contraintes de BMI. Pour résoudre ce problème, nous multiplions à gauche et à droite par  $P^{-1}$  les conditions (I.30) et (I.31) tout en adoptant le changement de variables suivant :  $X = P^{-1}$  et  $M_j = K_j X$ . Les conditions (I.30) et (I.31) deviennent linéaires et le problème revient à chercher  $X$  et  $M_i$  conduisant à l'écriture du problème sous la forme LMI suivante :

**Théorème I.4.4** *Le modèle T-S en boucle fermée (I.26) est stable, s'il existe  $X > 0$  et  $M_i$  tels que :*

$$A_i X + X A_i - B_i M_i - M_i^T B_i^T < 0 \quad (\text{I.32})$$

$$A_i X + X A_i + A_j X + X A_j - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T < 0 \quad (\text{I.33})$$

### I.4.3 Analyse de la stabilité : relaxation des conditions de stabilisation

Plus le nombre de règles  $N$  est grand, plus il devient difficile de trouver une matrice de Lyapunov  $P$  commune. La solution est de relaxer les conditions de stabilité. De nouvelles conditions de stabilité moins conservatives sont définies par le théorème suivant.

**Théorème I.4.5** *Le modèle T-S donné par (I.28) est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique  $P > 0$ ,  $M \geq 0$  et des matrices  $K_i$ ,  $i \in 1, \dots, N$  vérifiant les inégalités suivantes [Tanaka et al. (1998)] :*

$$G_{ii}^T P + P G_{ij} + (s - 1)M < 0, \quad i \in 1, \dots, N \quad (\text{I.34})$$

$$\left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) - M \geq 0, \quad i < j, \quad i, j \in 1, \dots, N \quad (\text{I.35})$$

où  $s$  est le nombre de modèles locaux actifs simultanément.

Afin de transformer les conditions du Théorème I.4.5 en LMI, nous pré- et post-multipions les inégalités par  $\text{diag}(P^{-1}; \dots; P^{-1})$  et nous appliquons le changement de variables suivant :  $X = P^{-1}$  et  $K_i = M_i P^{-1}$ . Pour le Théorème I.4.5, cette multiplication donne :

**Théorème I.4.6** *Le modèle T-S en boucle fermée (I.26) est stable s'il existe une matrice symétrique  $X > 0$ , des matrices  $M_i$  et des matrices  $S_{ij}$  avec  $S_{ii}$  symétriques et  $S_{ji} = S_{ij}^T$  pour  $i \neq j$ , vérifiant les LMIs suivantes :*

$$A_i X + X A_i - B_i M_i - M_i^T B_i^T + S_{ii} < 0 \quad (\text{I.36})$$

$$A_i X + X A_i + A_j X + X A_j - B_i M_j - M_j^T B_i^T - B_j M_i - M_i^T B_j^T + S_{ij} + S_{ij}^T < 0 \quad (\text{I.37})$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & \cdots & S_{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{M1} & \cdots & S_{MM} \end{bmatrix} > 0 \quad (\text{I.38})$$

Les observateurs T-S ont fait le sujet de plusieurs travaux de recherche comme dans [Oudghiri et al. (2007)], [Ichalal et al. (2009)], [Abidi et al. (2012)] et [Abidi et al. (2012)]. Pour justifier dans nos travaux le choix de la structure T-S floue pour la conception de l'estimateur, un état de l'art sur la synthèse d'observateurs pour les systèmes non linéaires est présenté dans ce qui suit.

## I.4.4 Stabilisation par observateurs T-S

### I.4.4.1 Observateurs non linéaires

De nombreuses méthodes ont été consacrées à l'estimation d'état de classes particulières de systèmes non linéaires (filtre de Kalman étendu, observateur à grands gains, observateurs basés sur des transformations sous une forme canonique d'observabilité, etc.) [Kalman (1960)] et [Chen et Patton (1999)]. L'observateur à entrées inconnues pour les systèmes bilinéaires a été introduit dans [Yang et Saif (1997)] et l'observateur pour les systèmes comportant des non linéarités de type Lipschitz dans [Koenig et Mammar (2001)] et [Pertew *et al.* (2005)]. L'observateur à entrées inconnues a été conçu dans [Akhenak *et al.* (2004)] pour le diagnostic d'un turboréacteur d'un avion. Nous citons les travaux de [Marx *et al.* (2003)] et [Koenig (2005)] portant sur le diagnostic par observateurs PI et proportionnel multi intégral (en anglais Proportional Multi Integral ou PMI) pour les systèmes linéaires singuliers. Rodrigues a généralisé dans [Rodrigues (2005)] l'observateur à entrées inconnues, proposé initialement dans [Darouach *et al.* (2001)], pour les systèmes linéaires. D'autres travaux ont aussi été dédiés à l'estimation d'état des systèmes à entrées inconnues décrits par des multi-modèles à états découplés [Orjuela (2008)].

Le premier travail concernant le cas d'un modèle T-S à Variables de Prémisse Non Mesurables (VPNM) a été proposé dans [Chen et Saif (2004)], où la variable de décision est l'état du système. Les auteurs supposent que les termes non linéaires issus de la non-mesurabilité des variables de prémisse satisfont une condition de type Lipschitz. Cette approche est conservatrice. Ceci est lié à la sévérité de la condition de Lipschitz sur le terme non linéaire. Un autre inconvénient est la condition structurelle qui devient très restrictive lorsque le nombre de sous-modèles devient plus important que le nombre de sorties du système. Une extension de ces résultats aux modèles T-S est proposée dans [Marx *et al.* (2007)], pour la détection et la localisation de défauts de systèmes à temps continu et discret. Une approche a été appliquée pour découpler une partie des entrées inconnues vérifiant les contraintes structurelles et à minimiser le gain  $L_2$  du transfert de l'autre partie des entrées inconnues vers l'erreur d'estimation d'état.

#### I.4.4.2 Observateurs T-S à VPM

L'observateur T-S à VPM a une structure T-S et utilise la même représentation d'état qu'un observateur de type Luenberger. Sa représentation d'état est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{I.39})$$

où  $\hat{x}$  représente le vecteur d'état estimé. Pour déterminer les gains  $L_i$  d'observateurs T-S (I.39), une étude de stabilité du système générant l'erreur d'estimation d'état doit être réalisée. Afin d'améliorer les performances temporelles du diagnostic d'un moteur en défaut, un observateur par placement de pôles a été proposé dans [Patton *et al.* (1998)]. Une étude de la stabilité par la théorie de Lyapunov et des conditions formulées par LMIs ont été réalisées. Dans le cadre de l'analyse de stabilité, d'autres méthodes ont été proposées utilisant d'autres fonctions de Lyapunov, poly-quadratiques [Chadli (2002)] et [Fang *et al.* (2006)] ou non quadratiques [Boyd *et al.* (1994)], [Johansson (1999)], [Kruszewski (2006)] et [Tanaka *et al.* (2003)]. La plupart des travaux concernant la conception d'observateurs d'état suppose que les variables de prémisses sont connues [Akhenak *et al.* (2004)] et [Rodrigues (2005)]. Dans ce cas, les observateurs T-S (I.39) utilisent les mêmes variables de prémisses que le modèle. Ainsi, une factorisation par les fonctions d'activation est possible dans l'évaluation de la dynamique de l'erreur d'estimation qui s'écrit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (A_i - L_i C) e(t) \quad (\text{I.40})$$

Les gains  $L_i$  de l'observateur (I.39) sont déterminés par analyse de la stabilité du système non linéaire représenté par un modèle T-S générant l'erreur d'estimation (I.40). Dans [Patton *et al.* (1998)], une analyse de la stabilité à partir d'une fonction de Lyapunov quadratique a été établie afin d'obtenir des conditions LMIs pour la conception de l'observateur :

**Théorème I.4.7** *L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro s'il existe une matrice  $P = P^T \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$  et des matrices  $T_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$  telles que les conditions suivantes soient satisfaites [Patton et al. (1998)] :*

$$PA_i + A_i^T P - T_i C - C^T T_i^T < 0, \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{I.41})$$

*Les gains de l'observateur sont obtenus à partir de l'équation suivante :*

$$L_i = P^{-1} T_i \quad (\text{I.42})$$

Le changement de variable suivant  $T_i = PL_i$  est réalisé pour construire les inégalités linéaires.

#### I.4.4.3 Observateurs T-S à VPNM

Les observateurs T-S basés sur des VPNM ont été proposés dans [Bergsten et Palm (2000)], [Bergsten *et al.* (2001)], [Bergsten et Palm (2002)] et [Ichalal (2009)]. La représentation d'état d'un observateur T-S à VPNM est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (\text{I.43})$$

Lorsque les variables de prémisses sont inconnues, leur factorisation devient impossible et la dynamique de l'erreur d'estimation d'état s'écrit comme suit :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)) + \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + L_i e(t)) \quad (\text{I.44})$$

Le cas des modèles T-S à VPM n'est plus réalisable pour déterminer les gains  $L_i$  de l'observateur. Par exemple dans [Bergsten et Palm (2000)] et [Bergsten *et al.* (2001)], des conditions de convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro en utilisant l'observateur de Thau-Luenberger [Thau (1973)] sont proposées. Les fonctions d'activation sont alors supposées lipschitziennes.

**Théorème I.4.8** *L'erreur d'estimation d'état entre le modèle T-S et l'observateur converge asymptotiquement vers zéro, s'il existe des matrices symétriques et définies positives  $P$ ,  $Z \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$  et des matrices  $T_i \in \mathbb{R}^{n \times p}$  ainsi qu'un scalaire positif  $\gamma$  tels que [Bergsten et Palm (2000)] :*

$$PA_i + A_i^T P - T_i C - C^T T_i^T < Z, \quad i = 1, \dots, N$$

$$\begin{bmatrix} -Z + \gamma^2 I & P \\ P & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{I.45})$$

Par la suite les auteurs se sont basés sur ces résultats pour construire un observateur à mode glissant afin de considérer les incertitudes de modélisation [Bergsten et Palm (2002)]. Par ailleurs dans [Ichalal (2009)], il a été question de résoudre le problème d'estimation d'état des systèmes non linéaires ayant une structure T-S avec des VPNM. Ichalal a utilisé deux techniques. D'une part, la technique utilisant des fonctions d'activation est proposée pour traiter les incertitudes de modélisation [Ichalal *et al.* (2012b)] et [Ichalal *et al.* (2010)]. D'une autre part, la technique  $L_2$  est utilisée pour estimer les incertitudes bornées. Ichalal propose également deux observateurs de type PI et PMI à entrées inconnues [Ichalal *et al.* (2009)]. Le fait d'avoir des VPNM nécessite un observateur pour estimer le vecteur d'état. Dans [Ichalal *et al.* (2010)], l'étude de la stabilité d'un système non linéaire représenté par un modèle T-S incertain a été proposée. Les VPNM ont été considérées comme des incertitudes.

## I.4.5 Stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S incertains

### I.4.5.1 Stabilisation robuste par retour d'état : cas incertain

Des propriétés de robustesse sont à intégrer dans la synthèse de lois de commande pour traiter, par exemple, le cas des incertitudes paramétriques [Tanaka *et al.* (1996)], [Tong et Wang (2002)] et [Lee *et al.* (2001)]. Dans cette partie, nous nous intéressons à la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par un modèle T-S incertains en



considérant le modèle flou incertain suivant :

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) ((A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t)) \quad (\text{I.46})$$

Les incertitudes  $\Delta A_i(t)$  et  $\Delta B_i(t)$  sont données par :

$$\begin{bmatrix} \Delta A_i(t) & \Delta B_i(t) \end{bmatrix} = H_i \Delta_i(t) \begin{bmatrix} E_{ai} & E_{bi} \end{bmatrix}, \quad i \in 1, \dots, N \quad (\text{I.47})$$

avec  $H_i$ ,  $E_{ai}$  et  $E_{bi}$  des matrices connues et constantes et  $\Delta_i(t)$  satisfaisant :

$$\Delta_i^T(t) \Delta_i(t) \leq I, \quad i \in 1, \dots, N$$

La synthèse de lois de commande robuste par retour d'état consiste à déterminer les matrices de gains de retour d'état  $K_i$  satisfaisant les conditions du théorème suivant :

**Théorème I.4.9** Soient le modèle (I.46) et la loi de commande (I.27). Le modèle T-S en boucle fermée est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique et définie positive  $X$ , des matrices  $M_i$  et des scalaires  $\varepsilon_{ij}$ ,  $i, j \in 1, \dots, N$  telles que les inégalités matricielles suivantes soient vérifiées [Hajjaji et al. (2006)] :

$$\begin{bmatrix} \phi_{ii} & (E_{ai}X - E_{bi}M_i)^T & H_i \\ * & -\varepsilon_{ii}\Pi & 0 \\ * & * & -\varepsilon_{ii}\Pi \end{bmatrix} < 0, \quad i \in 1, \dots, N \quad (\text{I.48})$$

$$\begin{bmatrix} \Psi_{ij} & (E_{ai}X - E_{bi}M_j)^T & (E_{aj}X - E_{bj}M_i)^T & H_i & H_j \\ * & -\varepsilon_{ij}\Pi & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\varepsilon_{ij}\Pi & 0 & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_{ij}^{-1}\Pi & 0 \\ * & * & * & 0 & -\varepsilon_{ij}^{-1}\Pi \end{bmatrix} < 0, \quad i < j \quad (\text{I.49})$$

avec

$$\phi_{ii} = XA_i^T + A_iX - M_i^T B_i^T - B_iM_i \quad (\text{I.50})$$

$$\Psi_{ij} = XA_i^T + A_iX + XA_j^T + A_jX - M_j^T B_i^T - B_iM_j - B_iM_j - M_i^T B_j^T \quad (\text{I.51})$$

et  $X = P^{-1}$  et  $M_i = K_i P^{-1}$ .

### I.4.5.2 Commande basée sur un modèle de référence : cas incertain perturbé

Dans cette sous partie, nous présentons les travaux de [Abidi (2014)] concernant le problème de suivi de consigne d'un modèle T-S incertain et soumis à des perturbations extérieures  $d(t)$ . Soit le modèle flou incertain perturbé suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) ((A_i + \Delta A_i(t))x(t) + (B_i + \Delta B_i(t))u(t) + d(t)) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

Les incertitudes  $\Delta A_i(t)$  et  $\Delta B_i(t)$  sont données précédemment par (I.47). La dynamique de la référence considérée est donnée par la relation suivante :

$$\dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + r(t) \quad (\text{I.53})$$

où  $x_r(t)$  est le vecteur d'état de référence,  $A_r$  représente une matrice asymptotiquement stable et  $r(t)$  est la référence d'entrée supposée bornée.

L'erreur de poursuite dans ce cas est définie par :

$$e_t(t) = x(t) - x_r(t) \quad (\text{I.54})$$

Le modèle augmenté suivant est considéré :

$$\dot{x}_a(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta) \mu_j(\theta) \left( \tilde{A}_{ij} x_a(t) + \tilde{w}(t) \right) \quad (\text{I.55})$$

avec

$$x_a(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_r(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} d(t) \\ r(t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.56})$$

La loi de commande est donnée par :

$$u(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) K_i e_t(t) \quad (\text{I.57})$$

Dans ce cas, en intégrant la dynamique de l'erreur de poursuite (I.54) et la dynamique de la référence (I.53), le système augmenté devient :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta) \mu_j(\theta) \left( (\tilde{A}_{ij} + \Delta \tilde{A}_{ij}(t)) \tilde{x}(t) + \tilde{w}(t) \right) \quad (\text{I.58})$$

où

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_r \end{bmatrix}, \quad \Delta \tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} \Delta A_i + \Delta B_i K_j & -\Delta B_i K_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.59})$$

**Théorème I.4.10** [Abidi (2014)]  $\forall \{i, j\} \in \{1, \dots, N\}$  et  $t > 0$ , le modèle T-S en boucle fermée est globalement asymptotiquement stable s'il existe une matrice symétrique définie positive,  $\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0$ , une matrice  $Z$  et un scalaire positif  $\rho$  tels que les conditions suivantes soient vérifiées :

$$\tilde{A}_{ij}^T \tilde{P} + \tilde{P} \tilde{A}_{ij} + \tilde{E}_{ij}^T \tilde{E}_{ij} + \frac{1}{\rho^2} \tilde{P} \tilde{E}_i \tilde{E}_i^T \tilde{P} + \tilde{Z} + \tilde{P} \tilde{H}_i \tilde{H}_i^T \tilde{P} < 0, \quad i, j \in 1, \dots, N \quad (\text{I.60})$$

avec

$$E_{ij} = \begin{bmatrix} E_{ai} + E_{bi} K_j & -E_{bi} K_j \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\Delta}(t) = \begin{bmatrix} \Delta_i(t) & 0 \\ 0 & \Delta_i(t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.61})$$

et

$$\tilde{E}_i = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{Z} = \begin{bmatrix} Z & -Z \\ -Z & Z \end{bmatrix} \quad (\text{I.62})$$

Ces résultats sont prometteurs et ouvrent des portes à d'éventuelles améliorations des performances du système non linéaire en considérant un observateur T-S à VPM ou à VPNM pour estimer les états du système. Il sera ensuite intéressant d'élaborer la loi de commande en fonction des états estimés.

#### I.4.5.3 Stabilisation par observateurs des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S incertains

Dans cette partie, une stabilisation asymptotique des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S incertains est proposée, avec une estimation d'état par observateur. L'objectif est d'assurer une convergence de l'erreur d'estimation de l'état vers 0 plus rapide que l'état. Un placement de pôles est considéré pour les valeurs propres de l'observateur et du système.

Soit le modèle flou incertain donné par (I.46) et l'observateur flou d'état décrit précédemment par (I.39). Afin d'évaluer la convergence de l'observateur, l'erreur d'estimation  $e(t)$  entre le modèle incertain T-S et celui de l'observateur est définie par (I.5).

L'expression de la commande est comme suit :

$$u(t) = - \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) (K_i \hat{x}(t)) \quad (\text{I.63})$$

où  $K_i$  sont les gains de la loi de commande à déterminer. En intégrant la dynamique de l'erreur d'estimation, nous obtenons le système augmenté suivant :

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \tilde{A}(\theta(t)) \times \tilde{x}(t) \quad (\text{I.64})$$

avec  $\tilde{A}(\theta) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) \left( \tilde{A}_{ij} \right)$ , où

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} (A_i + \Delta A_i) + (B_i + \Delta B_i) K_j & -(B_i + \Delta B_i) K_j \\ \Delta A_i + \Delta B_i K_j & A_i + L_i C_j - \Delta B_i K_j \end{bmatrix} \quad (\text{I.65})$$

$$\tilde{x}^T(t) = \begin{bmatrix} x(t) & e(t) \end{bmatrix}^T \quad (\text{I.66})$$

Les gains  $K_i$  et  $L_i$  sont à déterminer afin d'assurer la stabilité asymptotique globale du point d'équilibre zéro de (I.63). La synthèse passe par deux étapes en utilisant les gains de l'observateur et ceux du contrôleur séparément. Par conséquent, imposer des placements de pôles de l'observateur et du contrôleur dans des régions LMI différentes et séparément, est possible. [Messoussi *et al.* (2005)] proposent dans leurs travaux un théorème qui garantit la stabilité du système augmenté (I.63) : le placement de pôles est ajouté afin d'assurer une dynamique de l'erreur d'estimation plus rapide que celle du système. En présence de perturbations, le générateur de résidus doit minimiser la sensibilité aux perturbations tout en maximisant la sensibilité aux défauts en changeant la valeur du seuil. L'incertitude du modèle peut causer un pourcentage non négligeable soit de fausses alarmes ou de non détection. Par conséquent, cette incertitude doit être prise en compte par le bloc FDI.

### I.4.6 Stabilisation $H_\infty$

Considérons le modèle T-S suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(t) (A_i x(t) + B_i u(t) + D_i d(t)) \\ y_c(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(t) (C_{1i} x(t) + D_{1i} u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(t) (C_{2i} x(t) + D_{2i} d(t)) \end{cases} \quad (\text{I.67})$$

où  $y_c \in \mathbb{R}^h$  est le vecteur des sortie contrôlées,  $d \in \mathbb{R}^l$  est le vecteur des perturbations.  $D_i \in \mathbb{R}^{n \times l}$ ,  $C_{1i} \in \mathbb{R}^{h \times n}$ ,  $C_{2i} \in \mathbb{R}^{q \times n}$ ,  $D_{1i} \in \mathbb{R}^{h \times m}$  et  $D_{2i} \in \mathbb{R}^{q \times l}$  représentent les matrices de sortie et de transmission.

Dans la littérature, des algorithmes sont proposés pour la stabilisation de (I.67) basés sur les observateurs permettant de calculer les gains du contrôleur et ceux de l'observateur. Une solution à ce problème a été proposée au début en deux étapes [Xiaodonga et Qingling (2003)], à savoir, effectuer le calcul des gains du contrôleur et ceux de l'observateur séparément. Plus tard, une solution en une étape a été proposée dans [Lin *et al.* (2005)] où les gains sont calculés simultanément. La seconde technique a permis d'obtenir des résultats moins conservatifs. Les résultats de stabilisation issus de la deuxième technique sont présentés dans ce qui suit. Le but étant la synthèse d'une commande PDC basée sur un observateur assurant la stabilité en boucle fermée et les performances  $H_\infty$ . Un observateur d'états est alors proposé ayant la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(t) (A_i \hat{x}(t) + B_i u(t) + D_i d(t) + L_i (y(t) - \hat{y}(t))) \\ \hat{y}(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(t) (C_{2i} \hat{x}(t) + D_{2i} d(t))\end{aligned}\tag{I.68}$$

Le contrôleur flou global est alors donné par l'expression (I.63). L'intégration de la dynamique de l'erreur d'estimation donne le système augmenté suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}(t) \\ y_c(t) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(t) \mu_j(t) \begin{bmatrix} \tilde{A}_{ij} & \tilde{B}_i \\ \tilde{C}_{ij} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ d(t) \end{bmatrix}\tag{I.69}$$

où

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{bmatrix} A_i + B_i K_j & -B_i K_j \\ 0 & A_i + L_i C_{2j} \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_i = \begin{bmatrix} B_i \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{x} = \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \tilde{C}_{ij} = \begin{bmatrix} C_{1i} + D_{1i} K_j & D_{1i} K_j \end{bmatrix}$$

Il est question de stabiliser le modèle (I.69) en considérant le critère  $H_\infty$ , à savoir le calcul des gains  $L_i$  et  $K_j$ . Le principe du critère  $H_\infty$  est le suivant :

$$\int \{y_c(t)^T y_c(t)\} dt \leq \rho^2 \int \{d(t)^T d(t)\} dt$$

où  $\rho$  est le taux désiré d'atténuation des perturbations extérieures.

Par la suite dans [Oudghiri *et al.* (2007)], un modèle T-S incertain et perturbé est considéré. Des nouveaux algorithmes en une étape ont été proposés améliorant les performances obtenues par les algorithmes précédents.

### I.4.7 Stabilisation par poursuite de trajectoires selon la norme

#### $L_2$

Dans la littérature, d'autres méthodes existent pour l'estimation du vecteur d'état d'un modèle T-S. Il existe dans la littérature des méthodes basées sur la satisfaction des hypothèses issues de la condition de Lipschitz des fonctions d'activation du modèle T-S. Parmi ces méthodes, nous citons les observateurs à gains linéaires [Thau (1973)], les observateurs pour les systèmes lipschitziens [Pertew *et al.* (2005)], les observateurs pour les systèmes à entrées inconnues [Pertew *et al.* (2006)], etc. Cette section est consacrée à l'étude d'autres méthodes qui n'utilisent pas l'hypothèse de Lipschitz. En effet, la dynamique de l'erreur d'estimation d'état est écrite sous la forme d'un système incertain ayant des incertitudes bornées ou encore constantes. Cependant, les gains de l'observateur sont déterminés pour assurer la stabilité du système avec une atténuation  $L_2$ , garantie du transfert de l'influence des incertitudes vers l'erreur d'estimation d'état. Si le modèle du système ne tient pas compte des perturbations, la convergence vers zéro de l'erreur d'estimation d'état n'est pas assurée [Weinmann (1991)], [Van Der Schaft (1992)]. Cette norme permet la quantification d'une borne supérieure du gain entre l'énergie de l'entrée et celle de la sortie pour toutes les trajectoires paramétriques admissibles du système [Bara (2001)].

**Définition I.4.1** *La norme  $L_2$  d'un signal  $s(t)$  de carré intégrable est notée et définie par :*

$$\|s(t)\|_2 = \sqrt{\int_0^\infty s(t)^T s(t) dt} \quad (\text{I.70})$$

**Définition I.4.2** *La norme  $L_2$  induite d'un système est définie par :*

$$\sup_{\|u(t)\|_2 \neq 0} \frac{\|y(t)\|_2}{\|u(t)\|_2} \quad (\text{I.71})$$

où  $u(t)$  et  $y(t)$  sont respectivement les signaux d'entrée et de sortie à énergie bornée, au sens de la norme  $\|\cdot\|_2$  du système considéré. Cette norme est une mesure du plus grand taux d'amplification énergétique de  $u(t)$  sur  $y(t)$ .

Un système de la forme (I.46) affecté par des perturbations notées  $d(t)$  est considéré borné en norme. La dynamique de l'erreur d'estimation d'état dépend de l'erreur mais

aussi de la perturbation  $d(t)$ . Ainsi, l'impact de la perturbation  $d(t)$  sur l'erreur d'estimation  $e(t)$  dépend des gains  $L_i$  de l'observateur (I.39). L'objectif est de trouver les gains  $L_i$  de l'observateur (I.39) assurant la convergence de l'erreur d'estimation d'état  $e(t)$  en absence de perturbations et atténuant l'influence de la perturbation  $d(t)$  sur l'erreur d'estimation d'état  $e(t)$ . Cet objectif se traduit par les contraintes de performances suivantes :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \text{ avec } d(t) = 0 \quad (\text{I.72})$$

$$\|e(t)\|_2 < \gamma \|d(t)\|_2, \text{ avec } d(t) \neq 0 \text{ et } e(0) = 0 \quad (\text{I.73})$$

La première contrainte garantit la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro si aucune perturbation n'agit sur le système. La seconde assure la précision de la reconstruction en présence d'une perturbation  $d(t)$  sur le système. En effet,  $\gamma$  est un scalaire positif à déterminer qui indique le niveau d'atténuation entre  $d(t)$  et l'erreur  $e(t)$ . Le but est de minimiser la norme  $L_2$  entre la perturbation  $d(t)$  et l'erreur  $e(t)$ , la précision de l'estimation étant ainsi fixée au moyen de la valeur de  $\gamma$  qui doit être minimisée. Ces objectifs sont atteints s'il existe une fonction de Lyapunov  $V(t)$  telle que  $\dot{V}(t)e(t)^T e(t) - \gamma^2 d(t)^T d(t)$  [Boyd *et al.* (1994)]. En choisissant  $V(t) = e(t)^T P e(t)$  avec  $P = P^T > 0$ , il vient :

**Théorème I.4.11** *L'erreur d'estimation entre l'observateur (I.39) et le système (I.46) vérifie (I.72) et (I.73) s'il existe  $P = P^T > 0$ ,  $K_i$  et un scalaire positif  $\gamma$  tels que :*

$$\begin{bmatrix} I + PA_i - K_i C + A_i^T P - C^T K_i^T & PE_i - K_i G \\ (PE_i - K_i G)^T & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (\text{I.74})$$

*Les gains de l'observateur sont donnés par  $L_i = P^{-1} K_i$*

## I.5 FTC pour la poursuite de trajectoires

Dans cette partie, nous présentons les travaux de [Ichalal (2009)] dédiés à la commande tolérante aux défauts en utilisant une modélisation T-S à VPM et à VPNM.

Le modèle de référence T-S suivant est considéré :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (C_i x(t) + D_i u(t))\end{aligned}\quad (\text{I.75})$$

Le modèle T-S en présence de défauts s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x}_f(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (A_i x_f(t) + B_i (u_f(t) + f(t))) \\ y_f(t) &= \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (C_i x_f(t) + D_i (u_f(t) + f(t)))\end{aligned}\quad (\text{I.76})$$

Afin de faire converger l'état  $x_f(t)$  du système soumis à des défauts vers l'état  $x(t)$  de référence donné par (I.75), Ichalal a proposé la loi de commande suivante :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) \left( -\hat{f}(t) + K_{1i}(x(t) - \hat{x}_f(t)) + u(t) \right) \quad (\text{I.77})$$

Les matrices  $K_{1i}$  sont à déterminer telles que la stabilité du système soit garantie et l'écart entre  $x_f(t)$  et  $x(t)$  minimisé. L'estimation de l'état du système en défaut  $x_f(t)$  et celle du vecteur de défauts  $f(t)$  sont obtenues simultanément grâce à un observateur PI.

La structure de l'observateur PI est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) \left( A_i \hat{x}_f(t) + B_i (u_f(t) + \hat{f}(t)) + H_{1i}(y_f(t) - \hat{y}_f(t)) \right) \\ \dot{\hat{y}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) \left( C_i \hat{x}_f(t) + D_i (u_f(t) + \hat{f}(t)) \right) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (H_{2i}(y_f - \hat{y}_f(t))) \end{cases} \quad (\text{I.78})$$

### I.5.1 Cas VPM

Le système générant l'erreur de poursuite  $e_p(t) = x(t) - x_f(t)$  et les erreurs d'estimation d'état et de défaut est le suivant :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta(t)) \mu_j(\theta(t)) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) \quad (\text{I.79})$$

où

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} e_p(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_{1j} & -B_i K_{1j} & -B_j \\ 0 & A_i - H_{1i} C_j & B_i^i - H_{1i} R_j \\ 0 & -H_{2i} C_j & -H_{2i} R_j \end{pmatrix}. \quad (\text{I.80})$$



Les gains  $K_{1j}$ ,  $H_{1i}$  et  $H_{2i}$  sont déterminés suivant le Théorème I.5.1.

**Théorème I.5.1** *Les erreurs de poursuite  $e(t)$ , d'estimation d'état et de défauts convergent asymptotiquement vers zéro s'il existe des matrices symétriques définies positives  $X_1$  et  $P_2$ ,  $P_3 = I$  et des matrices de gain  $K_{1j}$ ,  $\bar{H}_{1i}$  et  $H_{2i}$  tel que les LMIs suivantes soient vérifiées avec  $i, j = 1, \dots, N$  [Ichalal (2009)] :*

$$\begin{pmatrix} A_i X_1 + X_1 A_i^T & -B_i K_{1j} & -B_i & -B_i K_{1j} & X_1 \\ * & P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{H}_{1i} C_j - C_j^T \bar{H}_{1i}^T & P_2 B_i - \bar{H}_{1i} R_j - C_j^T \bar{H}_{2i}^T & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{H}_{2i} R_j - R_j^T \bar{H}_{2i}^T & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{I.81})$$

*Les gains du contrôleur sont  $K_{1i}$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $H_{2i}$  et  $\bar{H}_{1i}$  définis par :*

$$H_{1i} = P_2^{-1} \bar{H}_{1i} \quad (\text{I.82})$$

Nombreux sont les auteurs qui se sont basés sur le Théorème I.5.1 pour proposer des systèmes de contrôle tolérants aux défauts, nous citons [Abidi *et al.* (2012)], [Aouaouda *et al.* (2013)] et [Djemili *et al.* (2012a)]. Dans le second chapitre de ce mémoire nous proposons une commande tolérante aux défaut basée sur l'estimation du vecteur d'état et du vecteur de défauts actionneur et/ou capteur obtenu par un observateur T-S.

## I.5.2 Cas VPNM : méthode par perturbations

Pour ce cas, les fonctions d'activation dépendent du vecteur d'état du système en défaut, telles que :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x_f(t)) (A_i x_f(t) + B_i(u_f(t) + f(t))) \\ y_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x_f(t)) (C_i x_f(t) + D_i(u_f(t) + f(t))) \end{cases} \quad (\text{I.83})$$

Le modèle de référence s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x(t)) (C_i x(t) + D_i u(t)) \end{cases} \quad (\text{I.84})$$

La loi de commande devient alors :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{x}_f(t)) \left( -\hat{f}(t) + K_{1i}(x(t) - \hat{x}_f(t)) + u(t) \right) \quad (\text{I.85})$$

où les fonctions d'activation dépendent de l'état estimé  $\hat{x}_f(t)$ .

Le système générant l'erreur de poursuite et les erreurs d'estimation d'état et de défaut s'écrit :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\hat{x}_f(t)) \mu_j(x_f(t)) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) + \Gamma \Delta(t) \quad (\text{I.86})$$

où

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} x(t) - x_f(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix}, \quad \tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_{1j} & -B_i K_{1j} & -B_i \\ 0 & A_i - H_{1i} C_j & B_i - H_{1i} R_j \\ 0 & -H_{2i} C_j & -H_{2i} R_j \end{pmatrix} \quad (\text{I.87})$$

$$\Gamma = \begin{pmatrix} I_{n \times n} & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1(t) \\ \Delta_2(t) \end{pmatrix} \quad (\text{I.88})$$

et

$$\begin{aligned} \Delta_1(t) &= \sum_{i=1}^N (\mu_i(x(t)) - \mu_i(x_f(t))) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ \Delta_2(t) &= \sum_{i=1}^N (\mu_i(x_f(t)) - \mu_i(\hat{x}_f(t))) (A_i x_f(t) + B_i (u_f(t) + f(t))) \end{aligned} \quad (\text{I.89})$$

**Hypothèse I.5.1** Dans [Ichalal (2009)], les conditions suivantes sont supposées être vérifiées :

1. Le terme  $\Delta(t)$  est borné.
2. Le système est stable en boucle ouverte.

L'analyse de la stabilité du système (I.86) en assurant la minimisation du gain  $L_2$  du transfert des perturbations  $\Delta(t)$  vers les erreurs  $\tilde{e}(t)$ , permet d'énoncer le Théorème I.5.2.

**Théorème I.5.2** *La commande tolérante aux défauts (I.85) assurant la convergence de l'état  $x_f(t)$  du système (I.83) vers l'état de référence  $x(t)$  de (I.84) repose sur l'existence des matrices  $X_1 = X_1^T > 0$  et  $P_2 = P_2^T > 0$ ,  $P_3 = I$ , des matrices de gain  $K_{1i}$ ,  $\bar{H}_{1i}$  et  $H_{2i}$ , et d'un scalaire positif  $\bar{\gamma}$  solution du problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{X_1, P_2, K_{1j}, \bar{H}_{1i}, H_{2i}} \bar{\gamma},$$

tels que les LMIs suivantes soient vérifiées [Ichalal (2009)] :

$$\begin{pmatrix} \Psi_i & -B_i K_{1j} & -B_i & -B_i K_{1j} & X_1 & X_1 & 0 \\ * & \Theta_{ij} & \Xi_{ij} & 0 & 0 & 0 & P_2 \\ * & * & \Phi_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{I.90})$$

$$\begin{aligned} \Psi_i &= A_i X_1 + X_1 A_i^T \\ \Theta_{ij} &= P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{H}_{1i} C_j - C_j^T \bar{H}_{1i}^T \\ \Xi_{ij} &= P_2 B_i - \bar{H}_{1i} R_j - C_j^T H_{2i}^T \\ \Phi_{ij} &= -H_{2i} R_j - R_j^T H_{2i}^T \\ i, j &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (\text{I.91})$$

Les gains du contrôleur sont  $K_{1j}$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $H_{1i} = P_2^{-1} \bar{H}_{1i}$  et  $H_{2i}$ .

Le taux d'atténuation est obtenu par :

$$\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}} \quad (\text{I.92})$$

En comparant les résultats du Théorème I.5.2 avec le Théorème I.5.1 précédent, nous constatons que l'auteur a su mettre en évidence l'impact des variables de prémisses estimées sur la reconfiguration de loi de commande en considérant le vecteur de défaut comme une perturbation.

### I.5.3 FTC robuste pour la poursuite de trajectoires

Dans [Djemili (2012)], une stratégie de FTC robuste a été proposée pour les modèles T-S soumis à une fuite  $f(t)$  au niveau du circuit d'air d'un moteur Diesel.

Le système peut être décrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + \Psi_i f(t) + E_i d(t)) \\ y_f(t) = C x_f(t) + D d(t) \\ \dot{f}(t) = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I.93})$$

où  $\Psi_i$  et  $E_i$  sont la matrice de défauts et la matrice de perturbations respectivement avec des dimensions appropriées.

La loi de commande proposée est conçue telle que le système en boucle fermée (I.93) soit stable, l'état du système en défaut  $x_f(t)$  converge vers l'état de référence  $x(t)$  et l'effet de la perturbation sur le système minimisé.

La loi de commande proposée est, dans ce cas, donnée par :

$$u_f(t) = \sum_{j=1}^N \mu_j(x(t)) \left( -S_j \hat{f}(t) + K_j (x(t) - \hat{x}_f(t)) + u(t) \right) \quad (\text{I.94})$$

où  $\hat{f}(t)$  représente l'estimation de la fuite et  $u(t)$  est la commande nominale (retour d'état calculé en utilisant le PDC [Wang *et al.* (1996)]). Un observateur adaptatif est utilisé pour estimer l'état du système en défaut  $\hat{x}_f(t)$  et la section de la fuite  $\hat{f}(t)$ .

L'observateur est décrit par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x(t)) \left( A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + \Psi_i \hat{f}(t) + L_i (y_f(t) - C \hat{x}_f(t)) \right) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(x(t)) (G_i (y_f - C \hat{x}_f(t))) \end{array} \right. \quad (\text{I.95})$$

Le système générant l'erreur de poursuite  $e_p(t) = x(t) - x_f(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation du défaut  $f(t) - \hat{f}(t)$ , est donné par :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(x(t)) \mu_j(x(t)) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) + \begin{bmatrix} E_i \\ \bar{D}_i \end{bmatrix} d(t) \quad (\text{I.96})$$

et

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} e_p(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_i & -\bar{\Psi}_i \\ 0 & \bar{A}_i - H_{1i} C_j \end{pmatrix}. \quad (\text{I.97})$$

avec

$$\begin{aligned} \bar{A}_i &= \begin{pmatrix} A_i & -\Psi_i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{L}_i = \begin{bmatrix} L_i \\ G_i \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{D}_i &= \begin{bmatrix} E_i - L_i D \\ -G_i D \end{bmatrix}, \quad \bar{\Psi}_i = \begin{bmatrix} 0 & \Psi_i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{I.98})$$

La synthèse de la stratégie FTC robuste se résume en la recherche des gains  $K_j$  et  $\bar{L}_i$  assurant la stabilité du système (I.96) et garantissant une atténuation  $L_2$  du transfert de  $d(t)$  vers l'erreur  $\tilde{e}(t)$  dont la solution est donnée par le théorème suivant :

**Théorème I.5.3** *La dynamique de l'erreur augmentée  $\tilde{e}(t)$  contenant la dynamique de l'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et d'estimation de défauts  $f(t) - \hat{f}(t)$  converge asymptotiquement vers zéro et le gain  $L_2$  du transfert de  $\omega(t)$  vers l'erreur  $\tilde{e}(t)$  est minimisé s'il existe des matrices symétriques et définies positives  $X$  et  $P_2$ , des matrices de gain  $H_i$  ainsi qu'un scalaire  $\mu$  tel que les LMIs suivantes soient vérifiées [Djemili (2012)] :*

$$\begin{pmatrix} A_i X + X A_i^T & -\bar{\Psi}_i & -E_i & -B_i K_j & X \\ 0 & P_2 \bar{A}_i + \bar{A}_i^T P_2 - H_i \bar{C} - \bar{C}^T H_i^T + I & -P_2 \bar{D}_i & 0 & 0 \\ -\bar{\Psi}_i^T & -\bar{D}_i^T P & -\mu^2 I & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -2I & 0 \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{I.99})$$

Les gains du contrôleur sont  $K_j$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $\bar{L}_i = P_2^{-1} H_i$ .

L'auteur a su démontré l'efficacité de la méthode proposée. Dans [Djemili (2012)], la stratégie de FTC proposée a été appliquée en co-simulation numérique au circuit d'air d'un moteur Diesel en présence d'une fuite d'air.

## I.6 Position du problème

Dans ces travaux, il s'agit de proposer une stratégie de FTC en vue de :

1. assurer une poursuite des trajectoires de références et une régulation des états du système, même en présence de défauts (actionneurs et/ou capteurs)
2. respecter les contraintes sur la commande.

En effet, pour les systèmes industriels, il existe certaines formes de contraintes qui traduisent un phénomène physique, un facteur économique, une norme de sécurité ou des exigences de performance sur la commande et/ou les états du système. Dans ce sens, il est demandé de synthétiser et de formaliser une commande active tolérante aux défauts reconfigurable.

L'un des objectifs de l'automatique est l'amélioration des performances des systèmes industriels. Premièrement, il faut prendre en compte le comportement dynamique non linéaire du système. Deuxièmement, concevoir un système de contrôle tolérant aux défauts performant. En effet, en réalisant un système de diagnostic basé sur un modèle linéarisé autour d'un seul point de fonctionnement, les résultats obtenus seront dégradés. Ces derniers se présenteront sous forme de fausses alarmes ou d'un diagnostic erroné, dans le cas où nous nous éloignons du point de fonctionnement. Ces raisons encouragent le recours à des modèles non linéaires minimisant ainsi ces dégradations, en particulier la structure T-S qui offre une manipulation aisée d'un point de vue mathématique. La stabilité et la stabilisation des modèles T-S sont étudiées dans [Tanaka *et al.* (1996)] et [Tanaka *et al.* (2001)]. Dérivées des théorie de Lyapunov, les conditions de stabilité sont réalisées par résolution de LMIs. Dans [Wang *et al.* (1996)], la stabilité quadratique est étudiée, il est montré qu'il est difficile, voire impossible, de trouver une matrice de Lyapunov commune satisfaisant l'ensemble des LMIs si le nombre de sous-modèles est élevé. Dans [Tanaka *et al.* (1998)] et [Tanaka *et al.* (2003)], des techniques polyquadratiques et non quadratiques sont proposées. En fait, l'utilisation des fonctions candidates polyquadratiques de Lyapunov permet de réduire le conservatisme des résultats issus des fonctions quadratiques.

## I.7 Solutions envisagées

Les verrous scientifiques qui se sont posés devant nous sont de proposer une stratégie de FTC en vue de

- maintenir le procédé dans un mode de fonctionnement optimal, même en présence de défauts (actionneurs et/ou capteurs),
- respecter les contraintes sur la commande,
- avoir la capacité à manipuler des problèmes de contrôle multi-variables et
- considérer les non linéarités dans la phase de modélisation.

La commande prédictive à base de modèle (en anglais Model Predictive Control ou MPC) répond à ces trois premiers critères, l'inconvénient qui se pose est que la commande prédictive se base sur un modèle linéaire qui décrit le comportement dynamique du SNL autour d'un point de fonctionnement. Le dernier point concerne la phase de modélisation. Il est important de décrire le comportement dynamique du système sur une large plage de fonctionnement. Ce qui nous oriente vers la Modélisation floue de Takagi-Sugeno (T-S) .

Le but étant la conception d'un système tolérant aux défauts basé sur des techniques de contrôle actives adaptées aux modèles linéaires, les solutions envisagées dans ce mémoire sont la synthèse de commandes prédictives stabilisées basée sur une modélisation T-S. La stratégie proposée repose sur l'idée de combiner une loi de commande PDC avec la MPC. En fait, la fonction polytopique de Lyapunov choisie est énoncée comme un problème d'optimisation convexe en termes de LMI afin de réduire le pessimisme de l'approche, étant donné que cette stratégie tient compte des informations contenues dans les fonctions d'activation. L'un des grands avantages de la MPC est la capacité de l'algorithme de contrôle à prendre en compte systématiquement des contraintes sur les vecteurs de commande et d'état [Wang (2009)]. Nos contributions sont exposées dans le second chapitre. Notre première contribution sera de proposer une méthode globale de linéarisation non stationnaire. Celle-ci permettra d'obtenir les modèles T-S par une transformation polytopique convexe. Notre seconde contribution sera de proposer une stratégie de commande prédictive T-S pour les modèles T-S qui soit tolérante aux défauts et robuste face aux perturbations et aux incertitudes de modélisation. L'idée de combiner une loi de commande PDC (Parallel Distributed Compensation) avec la MPC sera proposée afin de diminuer le

conservatisme des conditions de stabilité. D'ailleurs, dans la littérature, la structure T-S a été envisagée pour réduire un certain pessimisme des conditions suffisantes dérivées des théories de Lyapunov.

## I.8 Conclusion

Au cours de ce premier chapitre, une synthèse bibliographique générale sur la commande tolérante aux défauts des systèmes non linéaires a été présentée. Le choix de la structure du contrôle choisi au cours de nos travaux a été argumenté. En effet, une large classe de systèmes non linéaires peut être approximée par un modèle T-S, connu pour sa représentation polytopique. La connaissance des fonctions d'activation de chaque sous-modèle est fondamental pour la synthèse de lois de commande et la conception d'observateurs T-S. Un état de l'art sur la stabilisation et l'observation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S, a été également réalisé. La problématique a été posée et les solutions envisagées ont été citées.

Dans le second chapitre, nous présenterons la stratégie de contrôle proposée à base d'algorithmes de prédiction. Une étude de stabilité sera aussi réalisée dans le but de la stabilisation des systèmes non linéaires représentés par des modèles T-S en présence de défauts.





# Chapitre II

## Synthèse de commandes prédictives tolérantes aux défauts à base de modèles T-S

### II.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la problématique de nos travaux de recherche et les motivations qui a conduit à la synthèse des commandes prédictives T-S floues tolérantes aux défauts. Dans ces travaux, il s'agit de proposer une stratégie de contrôle qui permet de maintenir la stabilité et les performances nominales du système même en présence de défauts et d'incertitudes. Les arguments mentionnés précédemment dans le premier chapitre ont motivé notre choix d'une approche qui préserve la modélisation non linéaire du système. En effet, un système non linéaire peut se mettre sous la forme quasi-LPV. Dans la première partie de ce second chapitre nous proposons une méthode globale de linéarisation non stationnaire afin d'obtenir la structure T-S. Le principal objectif d'un contrôle proposé est la poursuite d'une trajectoire de référence dans le cas nominal et la régulation des états et des sorties du système en présence de perturbations, de défauts et d'incertitudes. En effet, pour chaque sous-modèle est attribué un vecteur de valeurs propres assurant au système non linéaire la dynamique désirée où l'erreur de poursuite tend vers zéro en infini permanent. Dans ce deuxième chapitre, nous traitons de l'accommodation de défauts, de la reconfiguration de lois de commande et de la conception

d'observateurs T-S à base de VPM et VPNM. Des nouveaux critères en termes de LMIs, dérivées des théories de Lyapunov sont obtenus constituant des conditions suffisantes mais non nécessaires pour assurer la stabilisation du modèle T-S considéré. La validation des contributions proposées est réalisée sur un système non linéaire à mono-entrée/ mono-sortie (en anglais, Single Input Single Output ou SISO) tiré de la littérature.

## II.2 Synthèse de la commande prédictive

Dans nos travaux, la commande prédictive prend une grande place pour la synthèse de la stratégie de commande tolérante aux défauts proposée. Dans cette partie, nous présentons une commande avancée basée sur un modèle du système à contrôler. Historiquement, la commande prédictive a été appliquée dans ces débuts aux systèmes MIMO (Multi-input, Multi-output) [Pages *et al.* (1998)], puis aux systèmes linéaires SISO, aux systèmes à contraintes [Maciejowski (2002)], aux systèmes à retard [Skrjanc *et al.* (2004)] et aux systèmes instables et à non-minimum de phase [Guemghar *et al.* (2002)]. Parmi les raisons qui ont mené au succès de la commande prédictive dans le secteur industriel, nous citons sa capacité à manipuler des problèmes de contrôle multivariable et à respecter les contraintes sur le contrôle.

### II.2.1 Principe et conception de la commande prédictive

Nous illustrons le principe de la commande prédictive par la figure II.1 suivante.

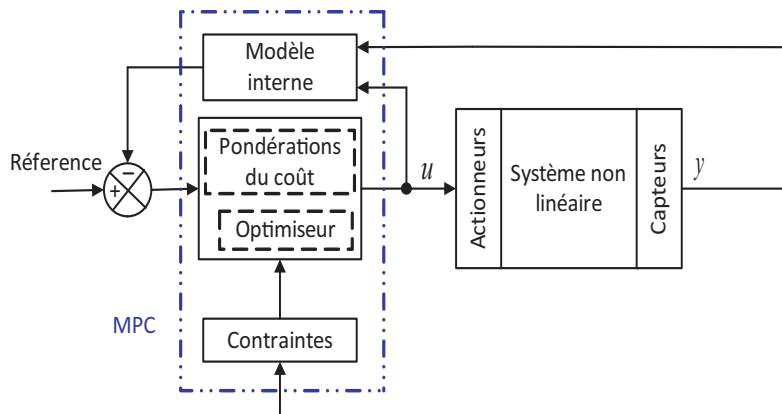


FIGURE II.1 – Schéma fonctionnel du principe de la MPC

La commande prédictive basée sur un modèle du système à contrôler, est considérée comme étant une technique de commande avancée. Pour un système dynamique, la commande basée sur la prédiction vise essentiellement deux objectifs : la poursuite de trajectoires désirées au cours du temps et la stabilisation autour de ces trajectoire par rejet de perturbation. Le principe est fondé sur l'implantation hors ligne d'un modèle de prédiction du système. Une fois les trajectoires de référence définies, un processus de calcul en temps réel est établi à chaque période d'échantillonnage. L'algorithme calcule les variables de sortie sur un horizon de prédiction de sortie. Également, cet algorithme veille à la minimisation d'un critère quadratique à horizon fini basé sur les erreurs de prédiction futures. Ces erreurs sont l'écart entre la sortie prédite du système et la consigne future dans le but de calculer les futures séquences de commande sur un horizon de commande. Seule la première séquence de commande générée est appliquée au système [Clarke *et al.* (1987)], [Maciejowski (2002)] et [Wang (2009)]. L'algorithme est répété à la prochaine période d'échantillonnage selon le principe de l'horizon fuyant. Le principe est illustré par la figure II.2 suivante.

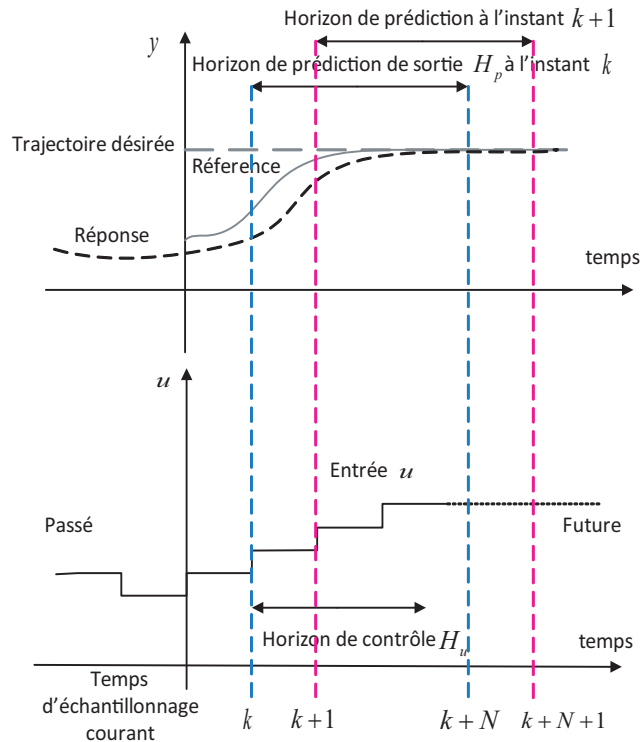


FIGURE II.2 – Principe de l'horizon fuyant [Maciejowski (2002)]

## II.2.2 Fonction coût

Le but de la MPC est de minimiser une fonction coût  $J$  donnée à l'instant  $k$  par :

$$J(k) = \sum_{l=1}^{H_p} \| y(k+l) - y_d(k+l|k) \|_Q^2 + \lambda \sum_{l=0}^{H_u-1} \| \Delta u(k+l|k) \|_R^2 \quad (\text{II.1})$$

pour calculer la commande optimale pour le  $i^{\text{ème}}$  sous-modèle soumis aux contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} x_{\min} &\leq x_l \leq x_{\max}, \text{ où } k+1 \leq l \leq k+H_p, \\ u_{\min} &\leq u_l \leq u_{\max}, \Delta u = u(k) - u(k-1), \\ \Delta u_{\min} &\leq \Delta u_l \leq \Delta u_{\max}, \text{ où } k \leq l \leq k+H_u-1, \\ \Delta U &= \begin{bmatrix} \Delta u_k & \Delta u_{k+1} & \cdots & \Delta u_{k+H_u-1} \end{bmatrix}^T. \end{aligned}$$

où  $y$  est la réponse prédite et  $y_d$  est la trajectoire de sortie désirée. Les matrices  $Q$  et  $R$  sont utilisées pour pondérer les erreurs de commande et les actions de contrôle correspondantes. La matrice  $R$  aide à garder les signaux de commande dans des limites admissibles tout en s'assurant que les signaux de contrôle obtenus sont lisses.  $H_p$  et  $H_u$  sont respectivement les horizons de prédiction sur la sortie et sur la commande.

La dynamique du sous-système définie par le modèle  $(A_i, B_i)$  est supposée commandable. La condition de commandabilité est nécessaire, pour assurer que l'optimisation résolue par la MPC, reste faisable à chaque instant. Le critère quadratique défini comprend un terme sur l'erreur et sur l'incrément de commande. Le but est de minimiser analytiquement le critère quadratique, où des séquences des commandes futures sont fournies [Boucher et Dumur (1996)] et [Maciejowski (2002)]. L'optimisation peut être formulée sous un problème de programmation quadratique (en anglais, Quadratic Programming ou QP) [Wang (2009)]. Les preuves de stabilité de ces formulations sont données dans [Maciejowski (2002)]. Seulement le premier incrément de commande  $\Delta u(k)$  est implémenté et le problème d'optimisation est résolu à chaque pas. Dans [Angeli *et al.* (2000)], un système de contrôle non linéaire via des contrôleurs prédictifs robustes est synthétisé pour des systèmes linéaires variants dans le temps (en anglais, Linear Time Variant ou LTV) à contraintes avec modèle à incertitudes polytopiques, basé sur la minimisation d'une fonction coût quadratique, à chaque instant. Dans [Suzuki et Sugie (2006)], les auteurs proposent une technique de contrôle basé MPC pour les systèmes LPV soumis à des

contraintes sur l'entrée où la variation des paramètres est bornée. Les auteurs proposent une nouvelle condition d'équilibre pour élargir la région de stabilité.

### II.2.3 Formes quadratiques

La formulation basic d'une MPC comporte un modèle linéaire représentant le comportement dynamique du système autour d'un point de fonctionnement. La fonction coût quadratique et les contraintes sont exprimés sous forme d'inégalités linéaires. Les expressions telles que  $x^T Q x$  et  $u^T R u$  sont dites formes quadratiques et peuvent être écrites sous les formes suivantes  $\|x\|_Q^2$  et  $\|u\|_R^2$ , respectivement, où  $x$  et  $u$  sont des vecteurs et  $Q$  et  $R$  des matrices symétriques.

Si  $x^T Q x > 0$  pour tout  $x$  excepté  $x = 0$ , dans ce cas la forme quadratique est appelée définie positive. Dans [Maciejowski (2002)], il est montré que la forme quadratique est définie positive si et seulement si toutes les valeurs propres de la matrice d'état sont positives dans ce cas nous pouvons écrire  $Q > 0$ .

Si  $Q = I$  alors  $x^T Q x = x^T x = \|x\|^2$  nous obtenons dans ce cas la norme euclidienne.

### II.2.4 Optimisation convexe et problème QP

Le problème QP à résoudre est convexe. En fait, la convexité garantit un résultat suite à la résolution du problème d'optimisation s'il est faisable. En général, les problèmes d'optimisation sont résolus numériquement par minimisation d'une fonction objectif. Le problème majeur qui peut apparaître dans l'optimisation à contraintes est que la résolution soit infaisable (pas de minimum trouvé). Lorsque la résolution du problème d'optimisation est faisable, il est possible d'obtenir plusieurs minimum locaux. Dans ce cas l'algorithme d'optimisation doit sélectionner un minimum global. Dans le cas d'optimisation convexe ce problème n'apparaît. En effet, grâce à la convexité de la fonction objectif et des contraintes, il y a un seul minimum.

Une fonction  $V(\alpha)$  est convexe si, pour chaque paire  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  et pour tout  $\lambda$  tel que  $0 \leq \lambda \leq 1$ , il est toujours vrai que :

$$\lambda V(\alpha_1) + (1 - \lambda)V(\alpha_2) \geq V(\lambda\alpha_1 + (1 - \lambda)\alpha_2)$$

Un problème QP est un problème d'optimisation de la forme suivante :

$$\min_{\alpha} 1/2\alpha^T\Psi\alpha + \phi^T\alpha$$

soumis à  $\Gamma\alpha \leq \gamma$ .

Un programme linéaire (en anglais, Linear Programming ou LP) est un cas particulier de la QP. Lorsque  $\Psi = 0$ , la fonction objectif devient alors linéaire plutôt que quadratique. Dans [Boyd et Barratt (1991)] et [Boyd *et al.* (1994)] les auteurs utilisent l'optimisation convexe pour la conception du contrôleur. En prenant en compte les contraintes, le contrôleur devient alors non linéaire. Dans ce cas, l'optimiseur calcule une fonction non linéaire.

## II.2.5 Choix des paramètres de la MPC

La synthèse d'une telle commande nécessite une attention sur le choix des différents paramètres  $H_p$  et  $H_u$ . L'influence des paramètres de la MPC est importante afin d'assurer la stabilité de la boucle de régulation considérée [M'Saad et Chebassier (1996)]. Ce choix de paramètres n'est pas un choix arbitraire. Le réglage de ces paramètres dépend de la période d'échantillonnage et de la dynamique du système et ses caractéristiques.

**Choix de l'horizon de prédiction** Plus  $H_p$  est grand, plus le temps de calcul est long.

Le choix de la valeur de  $H_p$  influe sur la dynamique du système.

**Choix de l'horizon de prédiction sur la commande** Dans [Clarke *et al.* (1987)], une méthode pour fixer la valeur de  $H_u$  est présentée. En effet, l'augmentation de l'horizon de commande pose un problème de temps de calcul. Un horizon de contrôle court est préférable pour avoir un système plus robuste face aux incertitudes.

**Choix du facteur de pondération de la commande** Le rôle du facteur de pondération est d'assurer un suivi acceptable de la trajectoire de référence et à générer une pondération convenable de la commande. Une augmentation excessive du facteur mènera à une dynamique plus lente, voire à ralentir le système. L'inverse produira une commande accélérée ayant pour rôle de rendre le système énergique. Comme l'horizon de commande  $H_u$ , ce paramètre a une grande influence sur la stabilité du système réglé. Dans ce mémoire, la valeur de 1 est attribuée à  $\lambda$ .

A chaque instant, la MPC résout une optimisation pour atteindre le point de fonctionnement désiré et les objectifs de commande. La faisabilité du problème d'optimisation

assure une stabilité asymptotique dans le cas nominal. Sans information sur les défauts, la MPC est capable d'accommoder, par apprentissage et prédiction, les défauts imprévus. Cependant, lorsque le défaut apparaît, le problème d'optimisation peut devenir infaisable du fait de la sévérité du défaut et le système peut être non stabilisable en présence d'un défaut. Dans [Afonso et Galvao (2010)], Afonso et Galvao considèrent les techniques de contrôle dont l'objectif est de couvrir la faisabilité en respectant les contraintes physiques imposées. La validation de leur stratégie de contrôle est illustrée à travers une application à un hélicoptère avec trois degrés de liberté en présence de défauts actionneurs.

## II.3 Linéarisation globale non stationnaire

Dans le premier chapitre de ce mémoire, un état de l'art sur l'obtention d'un modèles T-S a été exposé montrant qu'une large classe de systèmes non linéaires peut être approximée par un modèle T-S ayant une représentation polytopique. Il a été montré qu'une modélisation T-S se base sur une décomposition du comportement du système dans différentes zones de fonctionnement. Le modèle T-S obtenu par TPC est constitué de deux sous-ensembles de sous-modèle LTI représentant les bornes inférieures et supérieures  $(\underline{\theta}, \bar{\theta})$ , comme décrit dans [Tanaka *et al.* (1996)]. Dans nos travaux, nous apportons également notre contribué à cette étude de modélisation T-S. A cet égard, dans [Ben Hamouda *et al.* (2013)], nous proposons une méthode en trois étapes de linéarisation non stationnaire d'une classe de systèmes non linéaires affines en la commande.

- 1<sup>ère</sup> étape : Passage d'un modèle non linéaire à un modèle quasi-LPV

Dans cette étape, il s'agit d'appliquer le développement en série de Taylor (limité à l'ordre 1) au système non linéaire décrit par (I.10) autour d'un point d'équilibre  $(x_0, u_0)$ . Le système d'écart suivant en résulte :

$$\begin{cases} \delta \dot{x}(t) = \nabla_x h(x_0, u_0) \delta x(t) + \nabla_u h(x_0, u_0) \delta u(t) \\ \delta y(t) = \nabla_x g(x_0, u_0) \delta x(t) \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

avec :

$$\delta x(t) = x(t) - x_0, \quad \delta u(t) = u(t) - u_0, \quad \text{et} \quad \delta y(t) = y(t) - y_0 \quad (\text{II.3})$$

où le point de fonctionnement appartient à l'ensemble  $\Gamma$  des points d'équilibre définis



par :

$$\Gamma = \{(x, u) \in \mathbb{R}^{n \times p} \mid h(x, u) = 0, g(x) = 0\} \quad (\text{II.4})$$

Les points d'équilibre du système non linéaire sont fixés par le vecteur des variables de prémisse comme présenté dans [Noura *et al.* (2000)]. Les équations (II.2) et (II.3) donnent le système quasi-LPV décrit par (I.11).

– 2<sup>ème</sup> étape : TPC

La TPC est utilisée comme décrit dans le Lemme I.3.1 donné dans le chapitre précédent afin d'obtenir un modèle T-S formé par deux ensembles de sous-modèles LTI représentant les bornes inférieures et supérieures.

– 3<sup>ème</sup> étape : Il s'agit de choisir un  $\theta_i$  appartenant aux intervalles correspondant à chaque variable de prémisse et de réécrire ensuite les expressions  $A_i(\theta)$ ,  $B_i(\theta)$ ,  $C_i(\theta)$  et  $\mu_i(\theta)$  pour obtenir le modèle T-S.

**Exemple : Cas du système SISO  $\Sigma$**

Soit le système non linéaire décrit par les équations différentielles suivantes [Leith et Leithead (1999)] et [Leithead (1999)] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - |x_2(t)| x_2(t) - 10 \\ y(t) = x_2(t) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

En appliquant le développement en série de Taylor autour du point d'équilibre  $(x_{10}, x_{20}, u_0, y_0)$ , il vient :

$$\begin{cases} \delta \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2|x_{20}| \end{bmatrix} \delta x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u(t) \\ \delta y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \delta x(t) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

où  $\delta x_1(t) = x_1(t) - x_{10}$ ,  $\delta x_2(t) = x_2(t) - x_{20}$ ,  $\delta u(t) = u(t) - u_0$  et  $\delta y(t) = y(t) - y_0$ .

Le système dynamique SISO peut être représenté par le système quasi-LPV suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta)x(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

avec  $A(\theta) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2\theta \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$  et  $\theta = |x_2|$ .

Nous rappelons que les points de fonctionnement sont fixés par le vecteur des variables de prémisse. Pour cet exemple, nous avons seulement une variable de prémisse et deux sous-modèles ayant la forme polytopique suivante :

$$Ms(\theta) = \sum_{i=1}^2 \mu_i Ms_i = \mu_{1,1} Ms_1 + \mu_{1,2} Ms_2 \quad (\text{II.8})$$

La représentation d'état du modèle T-S s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\theta) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\theta) C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2\bar{\theta} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2\underline{\theta} \end{bmatrix};$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T; C_1 = C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix};$$

Dans [Leith et Leithead (1999)] et [Leithead (1999)], le vecteur  $\theta$  est supposé varier arbitrairement dans l'intervalle  $[0 \ 10]$ .

Dans la section suivante, une stratégie de FTC est proposée pour assurer la faisabilité dans le cas de défauts, avec respect des contraintes imposées sur les entrées du contrôleur et les états du système. A cet égard, une étude de stabilité est réalisée afin de maintenir la stabilité des modèles T-S en fonctionnement nominal et en présence de défauts. Nous exposons dans ce qui suit la stratégie de contrôle proposée à base d'algorithmes de prédiction.

## II.4 Proposition d'une stratégie de contrôle tolérant aux défauts basée sur des modèles T-S flous

La première commande proposée dans ce chapitre s'appuie sur un contrôleur non linéaire prédictif stabilisé conçu pour une accommodation basée sur le principe de décou-

plage de défauts. Certains états des systèmes non linéaires sont inaccessibles. Afin d'obtenir un contrôle actif, les méthodes d'estimation et d'observation sont indispensables pour l'estimation des variables du système. Afin de concevoir un observateur pour un système linéaire, il faut que la propriété d'observabilité concernant le rang soit vraie [Luenberger (1971)] et [Herman et Krener (1977)]. Afin de considérer le cas VPNM, une seconde commande de contrôle basé sur une estimation des états du système est proposée. Par conséquent, un observateur non linéaire est proposé. Concernant les troisième et quatrième commandes, nous proposons une combinaison entre une loi de commande PDC avec la MPC. Grâce à la structure de la MPC, la stratégie de FTC proposée possèdent les avantages suivants :

- possibilité de redéfinir les contraintes,
- changement du modèle interne et des objectifs de contrôle,
- implémentation sous forme de régulateur : l'état désiré du modèle de référence est soustrait de l'état mesuré du système.

Des observateurs T-S à VPM et à VPNM sont proposés, l'objectif étant d'assurer une convergence de l'erreur d'estimation d'état vers zéro. Dans la dernière partie, nous étudions le cas incertain.

### II.4.1 Commande prédictive à base de modèle quasi-LPV

Dans cette partie, une commande prédictive basée sur modèle T-S est proposée afin de permettre au procédé de maintenir la stabilité et les performances nominales du système même en présence de défauts actionneurs. L'approche T-S est basée sur un ensemble de modèles  $i = 1, \dots, N$  décrivant le système dans différents conditions de fonctionnement (en fonctionnement nominal et en présence de défauts). La  $i^{\text{ème}}$  représentation d'état est décrite par les relations :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Nous faisons l'hypothèse qu'en présence de défaut actionneur, le système non linéaire décrit par (I.10) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = h(x(t), u(t)) + E_a f(t) \\ y(t) = g(x(t)) \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

où  $f \in \mathbb{R}^f$  est le signal du défaut actionneur et  $E_a$  représente la matrice de défaut avec des dimensions appropriées.

Dans [Orjuela *et al.* (2006)] et [Orjuela *et al.* (2008)], les auteurs proposent un découplage entre l'entrée inconnue et l'erreur d'estimation dans le but de rendre cette erreur insensible vis à vis de cette perturbation. Les méthodes conçues pour l'estimation des entrées inconnues se basent sur l'observateur proposé par [Darouach *et al.* (2001)] dédié aux systèmes LTI. Dans cette partie, nous nous sommes inspirés de cette idée pour réaliser l'accommodation du défaut actionneur par découplage. Comme première commande, nous proposons un découplage entre l'erreur de poursuite et le défaut actionneur afin d'annuler l'influence du défaut sur l'erreur de poursuite de sortie. Ensuite, une accommodation de défauts par rejet de perturbation est présentée. Cette étape est réalisée par un contrôle basé sur des interpolations pour couvrir toutes les zones d'opération.

#### II.4.1.1 Prédiction stabilisées

Appliquer la MPC à un système instable peut mener à des problèmes numériques sévères pendant l'évaluation des équations de prédiction. Un moyen efficace pour éviter ce cas est de pré-stabiliser les équations de prédiction. Dans [Kale et Chipperfield (2005)], une stratégie intéressante et simple est proposée. Il s'agit d'ajouter un retour d'état (comme un contrôleur de base) au signal de la MPC. Cette pré-stabilisation est un moyen efficace pour la garantie de la stabilité de la boucle fermée du système en utilisant la commande prédictive [Kim *et al.* (2006)], [Min et Shaoyuan (2010)], [Afonso et Galvao (2010)] et [Rossiter *et al.* (2012)]. L'idée consiste à combiner une loi de commande PDC et une MPC. Comme démontré dans [Witczak *et al.* (2010)], cette combinaison de lois de commande réduit également le conservatisme du contrôle optimale en fournissant une contre-réaction aux effets néfastes de perturbations et aux incertitudes du modèle. Soient  $N$  gains de retour d'état  $K_1, K_2, \dots, K_N$  tels que :

$$u_N^i(k+l|k) = \begin{cases} -K_i x(k+l|k) + q_i, \\ l = 0, \dots, H_u - 1 \\ -K_i x(k+l|k), l \geq H_u \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

où  $i = 1, \dots, N$ ,  $q_i$  est la  $i^{\text{ème}}$  entrée de contrôle de prédiction calculée par un contrôleur tolérant aux défauts basé sur la commande prédictive floue de type T-S (en anglais, Fuzzy-Model-Predictive Control ou FMPC) et  $u_N^i$  représente le signal de commande généré par le  $i^{\text{ème}}$  contrôleur. Comme le contrôleur de base (retour d'état) est actif après  $H_u$ , alors il doit tenir compte et satisfaire les contraintes reliées au contrôle.

Le but de ce deuxième retour d'information est d'apporter plus de robustesse [Ben Hamouda *et al.* (2013)]. En effet, la pré-stabilisation réduit le conservatisme de la commande prédictive grâce à une contre-réaction en présence des défauts. Les preuves de stabilité d'une telle stratégie sont données dans [Maciejowski (2002)]. Les gains linéaires quadratiques du retour d'état optimal sont obtenus par la résolution d'une équation algébrique de Riccati. Le  $i^{\text{ème}}$  retour d'état minimise la fonction coût quadratique :

$$J_{lq} = \int_0^\infty (x^T Q_{lq} x + u^T R_{lq} u + 2x^T N_{lq} u) dt \quad (\text{II.13})$$

soumis à un système dynamique :

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) \quad (\text{II.14})$$

où  $Q_{lq}$ ,  $R_{lq}$  et  $N_{lq}$  sont des matrices de pondération avec des dimensions appropriées.

L'équation de Riccati considérée est :

$$A_i^T S u_i + S u_i A_i - (S u_i B_i + N_{lq}) R_{lq}^{-1} (B_i^T S u_i + N_{lq}^T) + Q_{lq} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Le  $i^{\text{ème}}$  gain de retour d'état  $K_i$  est dérivé de  $S u_i$  selon la relation :

$$K_i = R_{lq}^{-1} (B_i^T S u_i + N_{lq}^T) \quad (\text{II.16})$$

#### II.4.1.2 Commande prédictive basée sur modèle T-S flou

La structure de cette commande est fondée sur la synthèse d'un contrôleur à base de modèles T-S. Les sous-modèles sont pondérés par des fonctions d'activation dépendant

de la variation de paramètres tels que les vecteurs d'état et de commande. La loi de commande à base de modèles T-S est appliquée au système non linéaire comme suit :

$$u(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) u_i(t) \quad (\text{II.17})$$

Le contrôleur quasi-LPV est proposé pour le contrôle d'une classe de systèmes non linéaires affines en la commande, en effectuant une interpolation de lois de commande  $u_i$ . L'étude de la stabilité de tels systèmes existe dans [T. Johansen et Murray-Smith (2000)] et [Zheng *et al.* (2002)], mais la présence des défauts n'est pas prise en compte. Dans d'autres travaux plus récents, comme dans [Ichalal *et al.* (2009)], [Ichalal *et al.* (2012a)], [Djemili *et al.* (2012a)] et [Abidi *et al.* (2012)] où l'étude de stabilité est réalisée en considérant des perturbations externes, des incertitudes, des bruits de mesure, des entrées inconnues ou des défauts.

Le schéma de la loi de commande basée sur le principe de l'interpolation appliquée au système non linéaire est donné par la figure II.3.

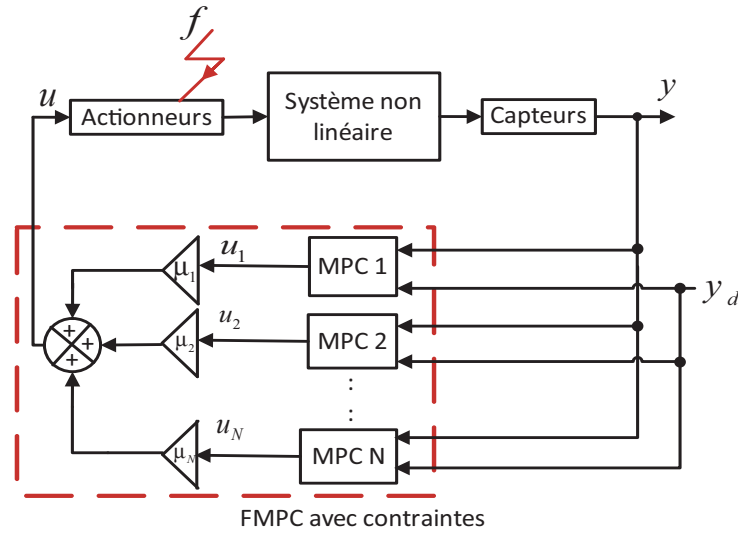


FIGURE II.3 – Principe du contrôleur par interpolation utilisant un modèle T-S flou [Ben Hamouda *et al.* (2013)]

Le  $i^{\text{ème}}$  modèle linéaire en présence de défaut s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + E_a^i f(t) \\ y(t) = C_i x(t) \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

La stratégie considérée pour l'accommodation des défauts par rejet de perturbations est basée sur l'équation suivante :

$$u_i(t) = u_N^i(t) + u_F^i(t) \quad (\text{II.19})$$

où  $u_N^i$  est la loi de commande nominale définie par (II.12) et  $u_F^i$  représente la loi de commande additive pour compenser l'effet des défauts [Noura *et al.* (2000)] et [Sauter *et al.* (2005)]. La commande  $u_F^i(t)$  est obtenue par la résolution de l'équation :

$$B_i u_F^i(t) + E_a^i f(t) = 0, \text{ avec } B_i = E_a^i \quad (\text{II.20})$$

Le système (II.18) avec la loi de commande (II.19) sous la condition (II.20), est utilisé pour annuler l'effet des défauts en boucle fermée comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u_i(t) + E_a^i f(t) \\ = A_i x(t) + B_i (u_N^i(t) + u_F^i(t)) + E_a^i f(t) \\ = \underbrace{(A_i - B_i K_i)}_{=A_k^i} x(t) + B_i q_i(t) + \underbrace{B_i u_F^i(t) + E_a^i f(t)}_{=0} \\ = A_k^i x(t) + B_i q_i(t), \text{ où } i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (\text{II.21})$$

Les équations dynamiques du système, les informations sur le défaut actionneur et les contraintes, sont formulées sous un problème de programmation quadratique. Le contrôle basé sur le principe de l'interpolation s'écrit comme suit :

$$u(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta) [u_N^i(t) + u_F^i(t)] \quad (\text{II.22})$$

### Application au système $\Sigma$ donné par (II.5)

L'objectif est la synthèse de la FMPC à contraintes pour résoudre un problème de poursuite et de régulation. Les schémas de simulation sous simulink de la loi de commande FMPC appliquée au système non linéaire  $\Sigma$  sont donnés par la figure II.4 et la figure II.5.

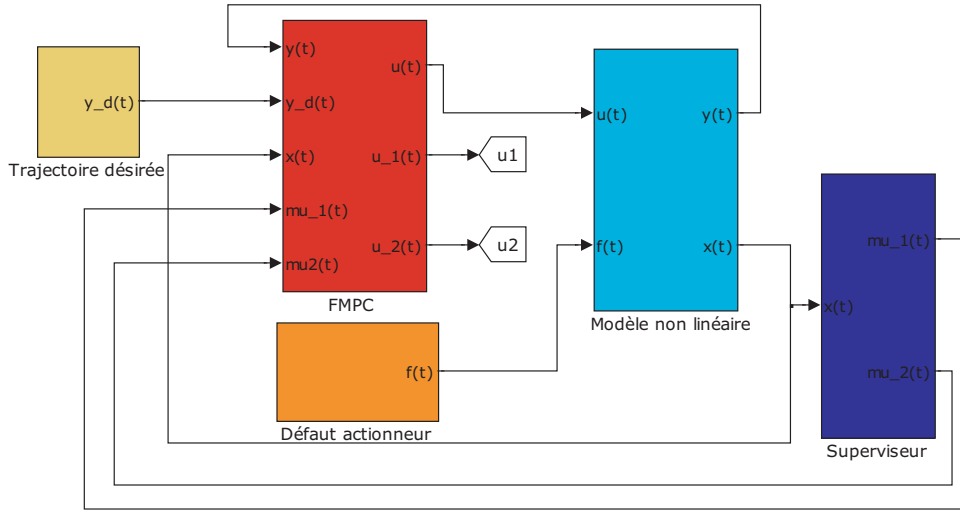


FIGURE II.4 – Schéma de simulation simulink : FMPC

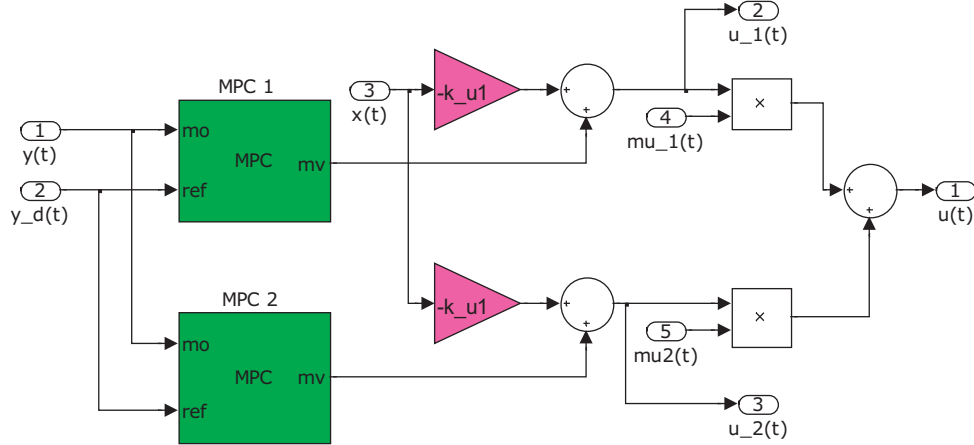


FIGURE II.5 – Schéma de simulation simulink (sous-modèle) : bloc FMPC

Les paramètres de réglage utilisés pour la FMPC et les matrices du défaut actionneur persistant, sont donnés par la Table II.1. Ce choix de paramètres n'est pas un choix arbitraire. Le réglage de ces paramètres dépend de la période d'échantillonnage choisi et



de la dynamique du système SISO  $\Sigma$  et ses caractéristiques. Dans ce qui suit les résultats obtenu avec la FMPC sont comparés à ceux obtenus avec une MPC classique c'est-à-dire un algorithme basé sur un modèle interne LTI. La réponse du système à partir des conditions initiales  $x_0 = (0.32, 0.35)^T$ ,  $y_0 = 0.35$  et  $u_0 = 0$  et l'allure du signal de commande, sont montrés dans les figures suivantes. Les gains linéaires quadratique du contrôleur  $K = [K_1 \ K_2]$  sont :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.4965 & 0.1198 \end{bmatrix} \text{ et } K_2 = \begin{bmatrix} 0.4965 & 0.1198 \end{bmatrix}$$

TABLE II.1 – Paramètres de réglage du contrôleur

Période d'échantillonnage $T_e$	$0.5 \text{ s}$
Horizon de prédiction $H_p$	$8 T_e$
Horizon de commande $H_u$	$6 T_e$
Contraintes sur l'entrée	$-25 \leq u_k \leq 25$
Contraintes sur la sortie	$-6 \leq y_k \leq 6, \forall k \geq 0$
Pondération sur l'entrée $R$	$0.1$
Pondération sur la sortie $Q$	$1$
Matrices du défaut	$E_a^1 = E_a^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}^T$

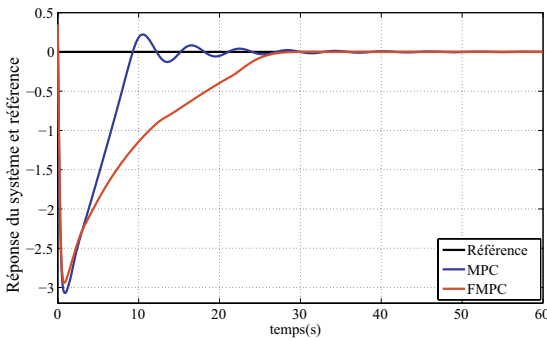


FIGURE II.6 – Réponse du système en fonctionnement nominal

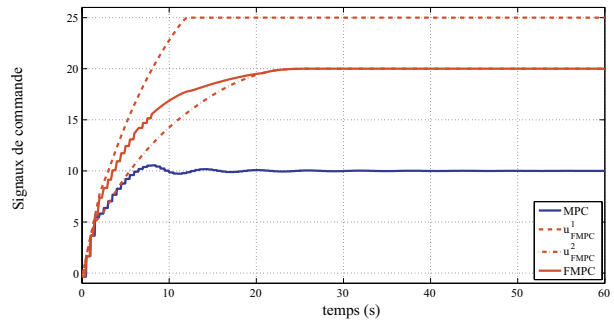


FIGURE II.7 – Signaux de commande appliqués au système en fonctionnement nominal

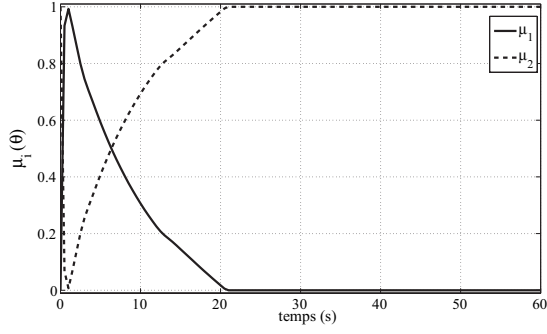


FIGURE II.8 – Evolution des fonctions d'activation obtenues en fonction du temps

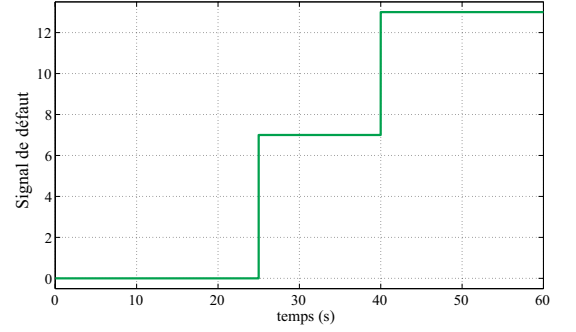


FIGURE II.9 – Premier scénario du défaut actionneur en fonction du temps

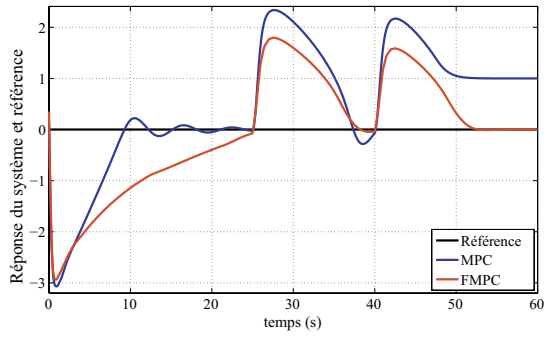


FIGURE II.10 – Réponse du système en présence du premier défaut

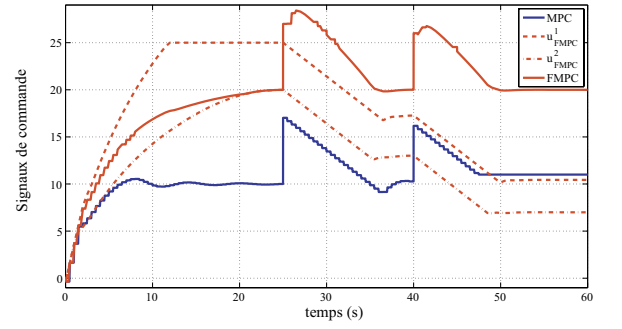


FIGURE II.11 – Signaux de commande appliqués au système en présence du premier défaut

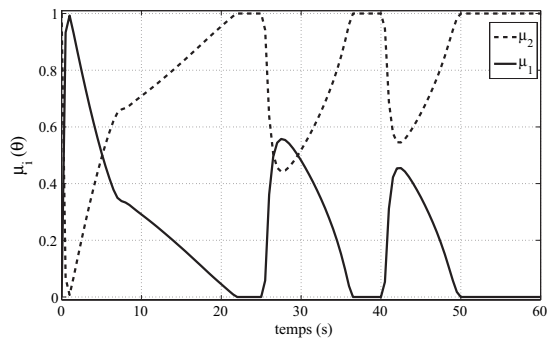


FIGURE II.12 – Evolution des fonctions d'activation : cas du premier défaut

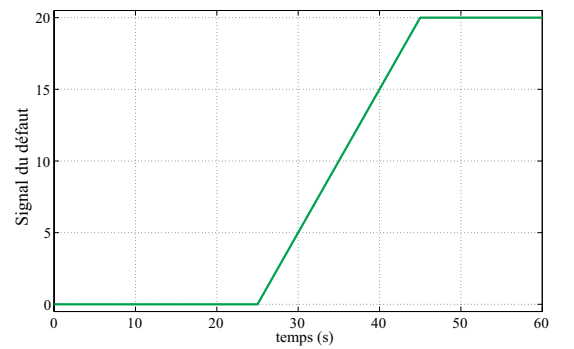


FIGURE II.13 – Second scénario du défaut actionneur en fonction du temps

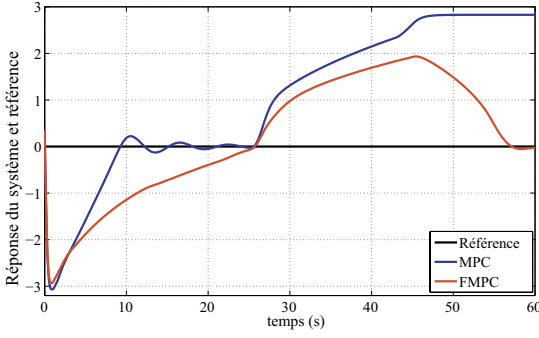


FIGURE II.14 – Réponse du système en présence du second défaut

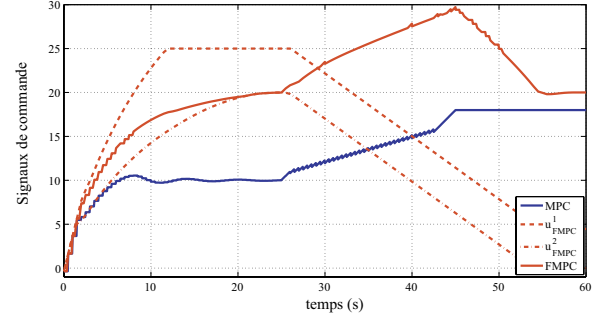


FIGURE II.15 – Signaux de commande appliqués au système en présence du second défaut

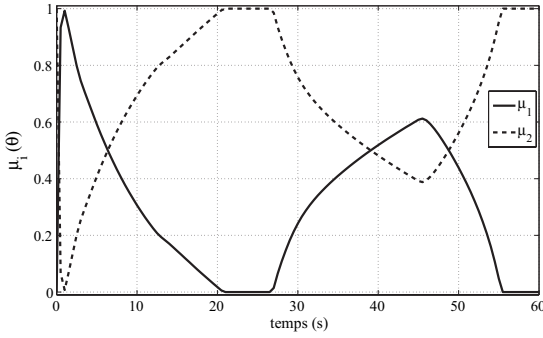


FIGURE II.16 – Evolution des fonctions d'activation : cas du second défaut

D'après les résultats de la figure II.6, le temps de réponse du système à  $\pm 5\%$  en utilisant la MPC classique est de 16.35 s, une valeur inférieure à celle obtenue avec la FMPC (25.65 s). Cependant, la réponse temporelle du système obtenue avec la FMPC ne présente pas d'oscillation. La réponse est plus stable grâce à la présence de la pré-stabilisation et la trajectoire désirée est poursuivie. Un défaut actionneur variant dans le temps apparaît à  $t = 25$  s, suivant deux scénarii donnés par les figures II.9 et II.13. Les figures II.10 et II.14 montrent que le régulateur permet d'accommoder le défaut actionneur de type additif par rejet de perturbations selon le principe de découplage. Les réponses du système en présence des défauts démontrent les limites de la MPC. Contrairement à la FMPC, la sortie n'arrive pas à poursuivre la trajectoire de référence désirée. La FMPC tolère les défauts persistants et maintient les performances désirées. Les figures montrent des

comportements détériorés que la MPC classique tente de réduire mais reste incapable de l'éliminer complètement (voire après  $t = 50$  s). Les figures II.8, II.12 et II.16 illustrent l'évolution des fonctions d'activation en fonction du temps. D'après les résultats de simulation, les formules d'annulation du défaut (II.19) et (II.20) sont satisfaites. Les équations de contrôle basées sur l'interpolation (II.17) et (II.22) sont vérifiées avec les valeurs expérimentales. La stratégie d'accommodation de défaut considérée, basée sur la relation (II.19) est également vérifiée.

Pour le premier défaut, à l'instant  $t = 35$  s, nous obtenons :

$$u_{FMPC}^1 = 18, u_{FMPC}^2 = 13, \mu_1 = 0.1515, \mu_2 = 0.8485 \text{ et } u = 20.7575$$

A partir de l'équation (II.22) :

$$\mu_1 u_F^1 + \mu_2 u_F^2 = u - \mu_1 u_{FMPC}^1 - \mu_2 u_{FMPC}^2 = 20.7575 - 2.9081 - 10.8494 = 7$$

avec  $u_F^1 = u_F^2 = 7$ .

Selon la relation (II.19), nous obtenons ce qui suit :

$$u_1 = 18 + 7 = 25 \text{ et } u_2 = 13 + 7 = 20$$

L'équation (II.22) est vérifiée comme suit :

$$u = \mu_1 u_1 + \mu_2 u_2 = 20.7575$$

Pour conclure cette partie, nous mettons en avant que la stratégie proposée permet d'assurer une faisabilité tout en respectant les contraintes imposées sur les vecteurs de commande et d'état.

Dans ce qui suit, le cas avec VPNM est considéré. L'objectif de la seconde techniques proposée est la synthèse d'un contrôleur tolérant aux défauts actionneurs basé sur l'estimation des états du système et les VPNM en utilisant un observateur non linéaire. Afin de concevoir des lois de commande et de concevoir des observateurs T-S, la connaissance des fonctions d'activation de chaque sous-modèle est fondamentale.

## II.4.2 FMPC et observateur non linéaire

Dans la littérature, plusieurs méthodes d'estimation d'état basées sur la conception d'observateurs non linéaires ont été proposés. Parmi ces méthodes, nous citons les obser-

vateurs à gains linéaires [Thau (1973)], les observateurs à structure variable, les observateurs obtenus après transformation des équations d'état, etc. Dans [Raghavan et Hedrick (1994)], les auteurs fournissent un algorithme de recherche du gain  $L$  qui permet d'assurer la stabilité de la dynamique de l'erreur d'estimation. Dans [Pertew *et al.* (2006)], il est montré que, dans certains cas, l'équation de Riccati obtenue n'admet pas de solution, même si la paire  $(A, C)$  est observable. Sur le plan pratique, l'hypothèse que le vecteur d'état supposé accessible à la mesure n'est pas toujours vérifiée. En réalité, pour des raisons techniques et économiques, l'inconvénient principal est de ne pas pouvoir mesurer la totalité des variables d'état du système. D'ici vient le besoin d'estimer les variables non mesurables. Dans [Bergsten et Palm (2000)], une extension de l'observateur Luenberger est présentée pour estimer les états d'un modèle T-S. L'observateur proposé dans cette partie est destiné à une classe de systèmes non linéaires affines en la commande. Cet observateur non linéaire est conçu dans le but d'opérer uniquement localement autour d'un point de fonctionnement fixe du système original. Le système non linéaire défini précédemment par la relation (I.10) soumis à des défauts actionneurs, peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + f_{NL}(x(t), u(t)) + E_a f(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{II.23})$$

où le couple  $(A, B)$  est commandable et le couple  $(A, C)$  est observable. Il est supposé qu'il n'y a pas de bruit. La non linéarité  $f_{NL}$  dépend de  $(x(t), u(t))$  et  $Ax(t)$  représente la partie LTI du système. Soit l'observateur suivant :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + E_a \hat{f}(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)) + f_{NL}(\hat{x}(t), u(t)) \quad (\text{II.24})$$

où  $L$  est la matrice gain d'observation.

Soit  $e$  l'erreur entre l'état réel et l'état estimé,  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  et  $e_f(t) = f(t) - \hat{f}(t)$  représente l'erreur d'estimation du défaut actionneur. L'erreur dynamique obtenue est non linéaire :

$$\dot{e}(t) = \underbrace{(A - LC)e(t) + E_a e_f(t)}_{\text{Erreur linéaire}} + \underbrace{f_{NL}(x(t), u(t)) - f_{NL}(x(t) - e(t), u(t))}_{\text{Erreur non linéaire}} \quad (\text{II.25})$$

Tant que la paire  $(A, C)$  est observable, la stabilité linéaire implique la stabilité non linéaire au voisinage du point fixe du système non linéaire. Le gain optimal LQ est obtenu par résolution d'une équation de Ricatti algébrique. La stratégie de commande adoptée dans cette partie est donnée par le schéma de principe de la figure II.17.

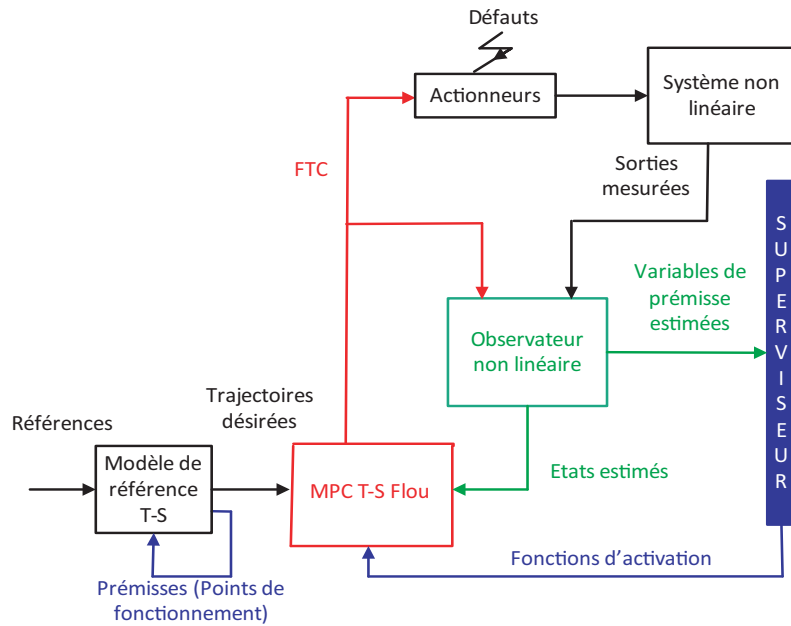


FIGURE II.17 – Structure de commande tolérante aux défauts basé sur un modèle T-S avec VPNM [Ben Hamouda *et al.* (2014a)]

Le FTC utilise la structure de l'observateur donnée par (II.24) pour estimer les états du système et détecter les défauts actionneurs. Le modèle de référence T-S donné par (II.9) est considéré. En présence de défaut actionneur, la représentation d'état du modèle flou s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^2 \mu_i(\hat{\theta}_f) (A_i x_f(t)) + B u(t) + E_a f(t) \\ y_f(t) = C x_f(t) \end{cases} \quad (\text{II.26})$$

Les fonctions d'activation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  dépendent des VPNM et sont définies ainsi par :

$$\mu_{p,1}(\hat{\theta}_f) = \frac{\hat{\theta}_f(\hat{x}_f) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} ; \mu_{p,2}(\hat{\theta}_f) = 1 - \mu_{p,1}(\hat{\theta}_f); p = 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (\text{II.27})$$

L'objectif est de concevoir un contrôleur pour le modèle T-S (II.26), de façon à garantir un bon suivi de consignes et à maintenir la stabilité et les performances nominales du système même en présence de défauts.

La  $i^{\text{ème}}$  loi de commande proposée appliquée au système non linéaire (I.10) est donnée par la relation suivante :

$$u_N^i(k+l|k) = \begin{cases} -K_i \hat{x}(k+l|k) + q_i, \\ l = 0, \dots, H_u - 1 \text{ et } i = 1, \dots, N \\ -K_i \hat{x}(k+l|k), l \geq H_u \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

où  $\hat{x}$  représente le vecteur d'état estimé,  $K_1, K_2, \dots, K_N$  sont les  $N$  gains du retour d'état. Le vecteur d'état est estimé via l'observateur non linéaire proposé. Les variables de pré-misse étant dépendantes du vecteur d'état estimé, une loi de commande floue basée sur les variables de pré-misse estimées est obtenue. La loi de commande globale est élaborée via une interpolation de lois de commande locales.

Le contrôleur flou du modèle global est donné par :

$$u(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}(t)) u_i(t) \quad (\text{II.29})$$

### Application au système $\Sigma$ donné par (II.5)

Les schémas de simulation sous simulink de la loi de commande FMPC appliquée au système non linéaire  $\Sigma$  sont donnés par la figure II.18 et la figure II.19.

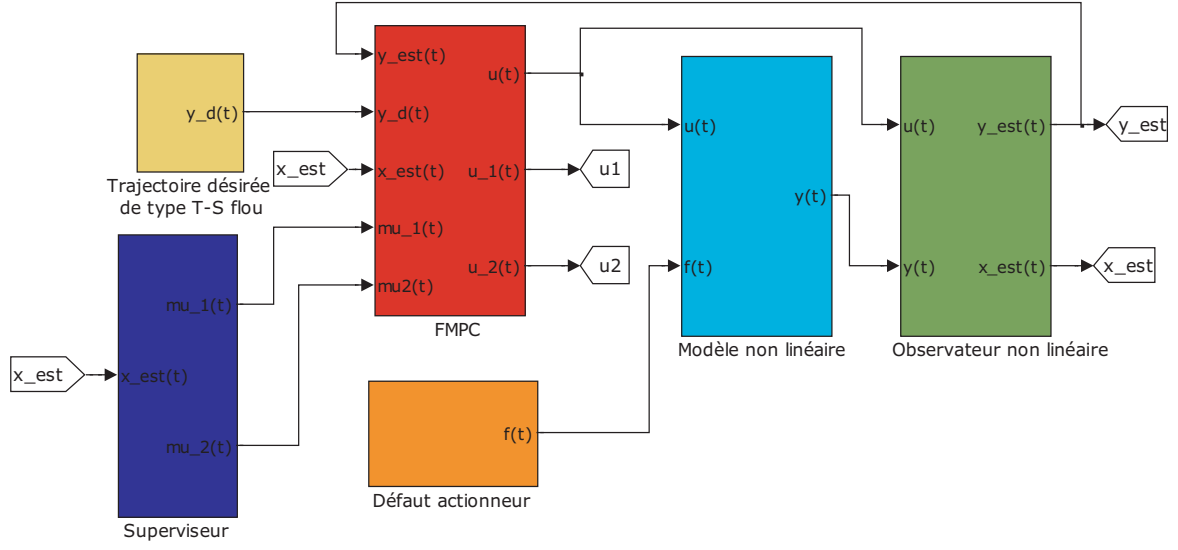


FIGURE II.18 – Schéma de simulation simulink : commande prédictive basée sur modèle T-S avec observateur non linéaire

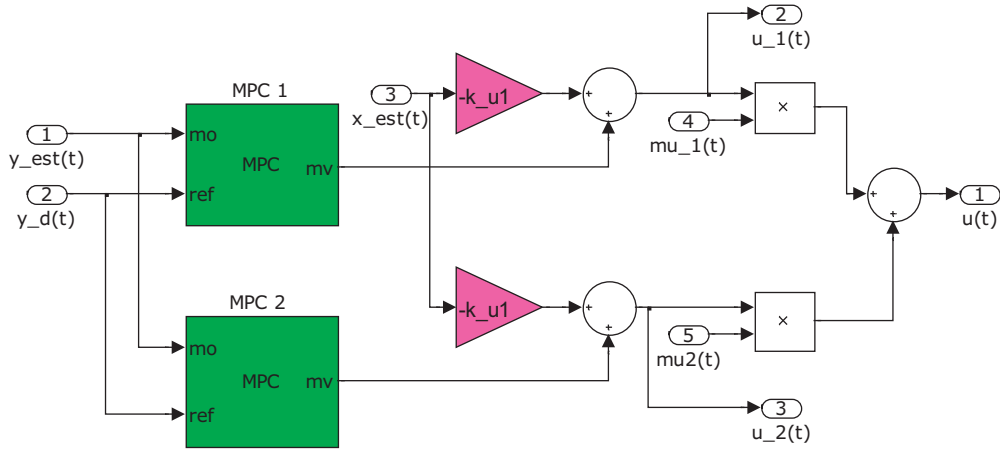


FIGURE II.19 – Schéma de simulation simulink (sous-modèle) : FMPC basée sur les VPNM

Les résultats obtenus avec la stratégie de contrôle proposée sont comparés avec ceux obtenus avec la FMPC basée sur les VPM. Afin d'obtenir une représentation de l'observateur non linéaire proposé, le système (I.10) est réécrit sous la forme de (II.23) avec



$f_{NL}(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & -|x_2(t)|x_2(t) - 10 \end{bmatrix}^T$ , avec  $\bar{\theta} = 9.5$  et  $\underline{\theta} = 0.5$ . Le choix de ces valeurs est effectué tout en respectant les propriétés des fonctions d'activation, comme décrit dans le premier chapitre. Les rangs des matrices de contrôlabilité et d'observabilité sont égaux à celui de la matrice d'état du système. Les conditions de l'observateur proposé sont vérifiées conduisant à la matrice gain de l'observateur  $L = \begin{bmatrix} 0.2168 & 1.1974 \end{bmatrix}^T$ . Les gains LQ du contrôleur sont :  $K_1 = \begin{bmatrix} 0.4151 & 0.0013 \end{bmatrix}$  et  $K_2 = \begin{bmatrix} 0.5425 & 0.1896 \end{bmatrix}$ . Les gains LQ et la matrice gain de l'observateur sont obtenus par résolution d'équations de Ricatti algébrique. Une étude comparative est réalisée entre les stratégies de commande suivantes FMPC avec VPNM, la MPC classique et le régulateur PI. Afin de déterminer les gains du contrôleur PI, la méthode de Broida est utilisée. Un système de premier ordre avec un retard pur décrit le comportement linéaire du modèle autour d'un point de fonctionnement. Les gains du contrôleur PI sont :  $K_P = 1.1233$  et  $K_{I_n} = 0.6293$ .

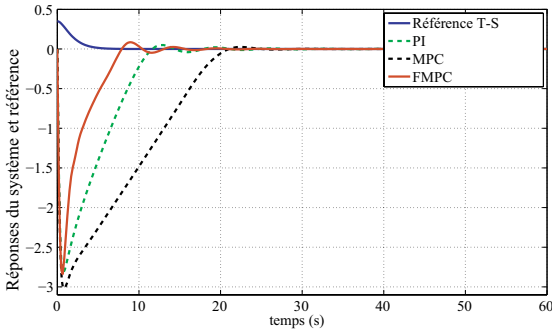


FIGURE II.20 – Réponse du système en fonctionnement nominal

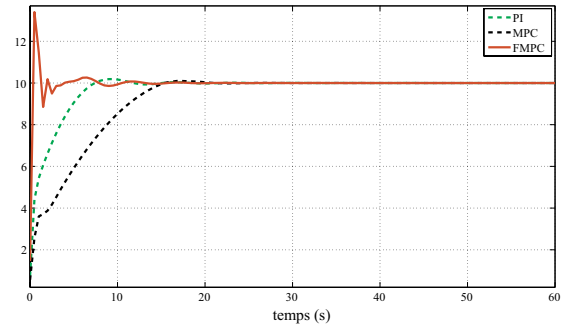


FIGURE II.21 – Signaux de commande appliqués au système en fonctionnement nominal

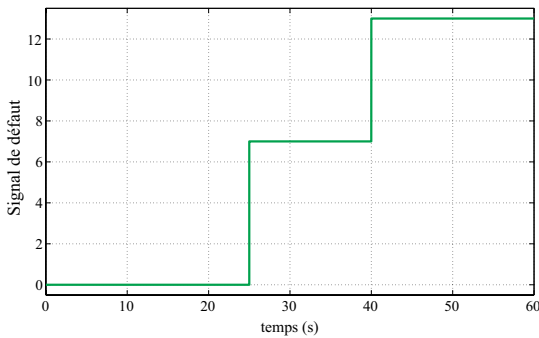


FIGURE II.22 – Scénario du défaut actionneur en fonction du temps

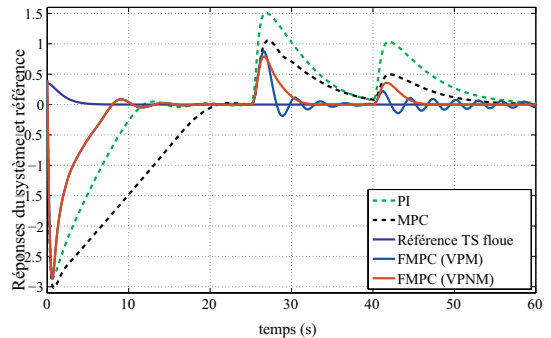


FIGURE II.23 – Réponse du système en présence du défaut actionneur

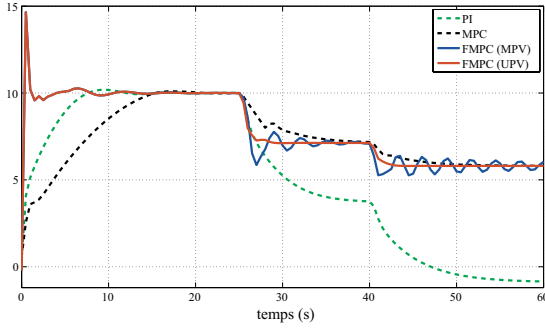


FIGURE II.24 – Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur

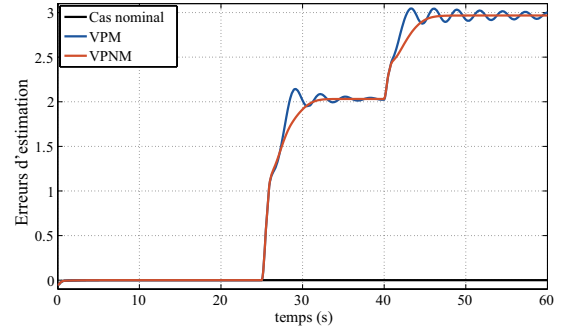


FIGURE II.25 – Dynamique de l'erreur d'estimation du vecteur d'état

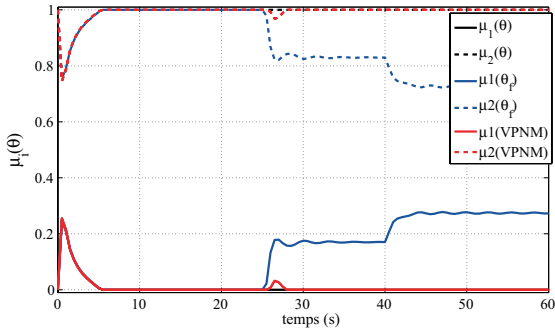


FIGURE II.26 – Evolution des fonctions d'activation basées sur les VPM et les VPM

Les évolutions de la sortie à partir des conditions initiales  $x_0 = (0.32, 0.35)^T$ ,  $y_0 = 0.35$  et  $u_0 = 0$  et de la commande, sont montrées dans les figures II.20 et II.21. Les résultats de simulation obtenus avec la stratégie de contrôle proposée FMPC, sont comparés avec ceux obtenus avec la MPC classique et le contrôleur PI. Selon les résultats de la figure II.20, le temps de réponse du système à  $\pm 5\%$  avec le PI (13 s) est inférieur à celui obtenu avec la MPC classique (20.03 s). Cependant, la réponse la plus rapide des trois stratégies est celle obtenue avec la FMPC (9.77 s). Un défaut actionneur abrupt linéaire variant dans le temps apparaît à  $t = 25$  s. Le scénario de défaut actionneur est donné par la figure II.22. En utilisant le contrôleur PI ou la MPC classique ou la FMPC, le défaut

actionneur est accommodé. L'objectif de la poursuite de trajectoire de référence est atteint en fonctionnement nominal et en présence de défaut actionneur. Nous remarquons de plus que les performances obtenues avec la FMPC basée sur les VPNM sont meilleures que les autres. La figure II.25 représente la dynamique de l'erreur entre la sortie mesurable et son estimée en fonctionnement nominal et en présence du défaut actionneur telle que  $\hat{x}_0 = (0.4, 0.4)^T$  représente la condition initiale de l'observateur. La figure II.26 illustre l'évolution en fonction du temps des fonctions d'activation basées sur les VPM et les VPNM en fonctionnement nominal et en présence du défaut actionneur. D'après ces résultats, nous concluons qu'en fonctionnement nominal, le second sous-modèle contribue plus à l'approximation du comportement du système alors que le premier sous-modèle contribue moins. D'après la figure II.26, il est constaté que  $\mu_1$  augmente lorsque le défaut actionneur apparaît. A ce moment, le contrôleur non linéaire génère une loi de commande qui accommode le défaut actionneur. Nous déduisons que la transition entre le second modèle et le premier est flexible et souple, grâce au mécanisme d'interpolation.

Afin d'améliorer les performances du système non linéaire considéré en présence de défauts actionneurs et/ ou capteurs, de perturbation et d'incertitudes, nous proposons dans ce qui suit une FMPC utilisant les observateur T-S.

### II.4.3 FMPC et observateur T-S à VPM

Dans [Bergsten et Palm (2002)], les auteurs se sont focalisés sur l'analyse et la conception de différents observateurs par modes glissants pour les systèmes dynamiques flous de type T-S en considérant le cas VPNM. Dans [Orjuela *et al.* (2009)], les auteurs ont étudié et analysé la conception d'obsevateur pour les systèmes non linéaires représentés par des multi modèles découplés. Ils ont contribué au développement de conditions suffisantes sous forme de LMI dans le but d'assurer une convergence exponentielle vers zéro de l'erreur d'estimation en continue et en discret. Les auteurs ont traité dans ce papier le cas défauts de type capteurs. Dans [Bouattour *et al.* (2011)], Bouattour et al ont proposé la synthèse d'un observateur robuste assurant les performances  $H_\infty$ . L'objectif est la détection de défauts pour les modèles T-S soumis simultanément à des défauts actionneurs et capteurs et à des perturbations inconnues. Le papier [Salem *et al.* (2012)] représente deux approches

pour obtenir un observateur pour les modèles T-S à VPNM à temps continu. Un récent papier rédigé par Sami et Patton [Sami et Patton (2013)] décrit une stratégie de contrôle tolérante aux défauts par poursuite de trajectoires. Ils ont proposé une estimation et une compensation de l'effet des défauts robuste assurant les performances de poursuite sous la norme  $L_2$ . La stratégie avancée est illustrée en utilisant une pendule inversée non linéaire en présence simultanée de défauts actionneurs et capteurs. Les trois parties suivantes dans ce mémoire proposent de nouvelles commandes utilisant des critères en termes de LMIs. Ces critères constituent des conditions suffisantes mais non nécessaires pour assurer la stabilisation d'un modèle T-S. C'est la raison pour laquelle le choix des variables de prémisse est essentiel pour la conception des modèles T-S. D'ailleurs, la résolution de ces LMIs ne dépend pas des fonctions d'activation. La méthode proposée consiste à utiliser des observateurs T-S de manière à estimer simultanément les états du système et les défauts actionneurs et/ou capteurs. La commande est ensuite élaborée en prenant en compte le défaut estimé. L'objectif est de générer une commande qui minimise l'écart entre les états du système en défaut et les états d'un modèle de référence. Pour ce faire, deux cas sont considérés dans lesquels les variables de prémisse sont considérés mesurables et puis non mesurables.

Dans cette partie, un contrôleur prédictif tolérant aux défauts (actionneur et/ou capteur) basé sur modèle avec la méthode d'action intégrale est proposé pour une classe de systèmes non linéaires affines en la commande. Le système non linéaire soumis à des défauts actionneur et/ou capteur, est décrit par un modèle T-S basé sur des VPM. Le vecteur d'état et les défauts sont estimés simultanément par des observateurs T-S. Les gains d'observateurs T-S et ceux du contrôleur sont obtenus par résolution des LMI dérivées de la théorie de Lyapunov. Les observateurs T-S estiment les états du système et détectent les défauts. La stratégie FMPC est proposée pour le contrôle du modèle T-S donné par la relation (I.12). L'objectif est de garantir un bon suivi de consignes et de maintenir la stabilité et les performances nominales du système même en présence de défauts. Dans ces travaux de recherche, la contribution est la synthèse d'une nouvelle structure de FTC basée sur la combinaison d'une loi de commande PDC et d'une MPC.

Le schéma de la stratégie de FTC est donné par la figure II.27.

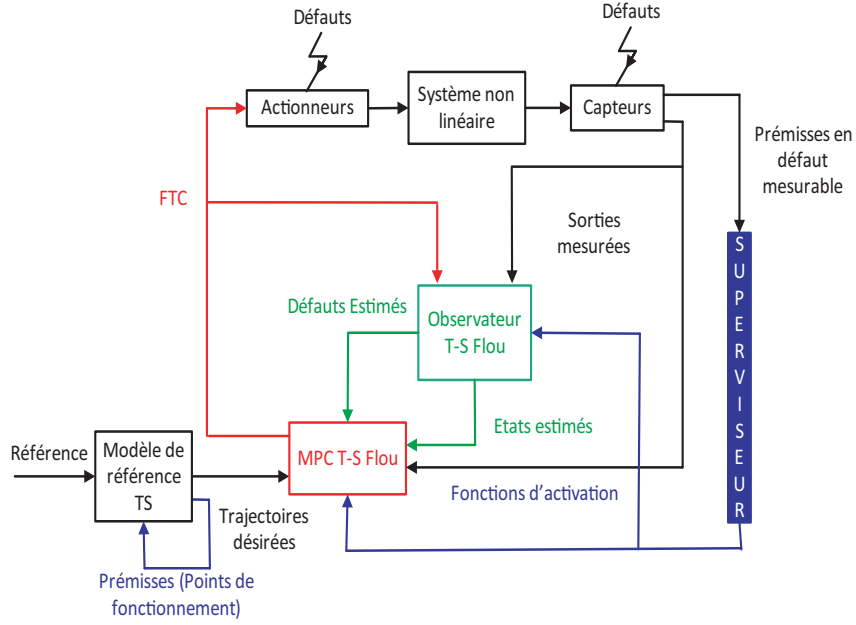


FIGURE II.27 – Stratégie de contrôle tolérant aux défauts basée sur un observateur T-S avec des VPM [Ben Hamouda *et al.* (2014c)]

La  $i^{\text{ème}}$  loi de commande générée en fonctionnement nominal est donnée par la relation suivante :

$$\begin{cases} u_i(k+l|k) = -K_i (\hat{x}(k+l|k) - x(k+l|k)) - K_I^i x_I(k+l|k) + q_i, \\ l = 0, \dots, H_u - 1 \text{ et } i = 1, \dots, N \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

où  $\dot{x}_I = y_d - y$ ,  $K_I^1 = K_I^2 = 1$  sont les gains de l'action intégrale,  $K_1, K_2, \dots, K_N$  sont les  $N$  gains de retour d'état. Après la fin de l'horizon de contrôle,  $q_i$  est fixé à zéro. La loi de commande appliquée au système devient :

$$u_i(k+l|k) = -K_i (\hat{x}(k+l|k) - x(k+l|k)) - K_I^i x_I(k+l|k), \quad l \geq H_u \quad (\text{II.31})$$

Le terme intégral est ajouté à la structure de commande afin d'assurer une erreur statique nulle. En présence de défauts, le système décrit par (I.12) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) (A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i f(t)) \\ y_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) (C_i x_f(t) + E_s^i f(t)) \end{cases} \quad (\text{II.32})$$

où  $E_s$  représente la matrice de défaut capteur avec des dimensions appropriées.

La stratégie donnée par la figure II.27 est proposée pour déterminer le signal de contrôle  $u_f(t)$  tel que :

- la boucle fermée du système est stable,
- $x_f(t)$  converge asymptotiquement vers le vecteur d'état de référence même en présence de défauts.

La stratégie de contrôle suivante est employée :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) \left( -\hat{f}(t) - K_i (\hat{x}_f(t) - x(t)) + u(t) \right) \quad (\text{II.33})$$

où  $\hat{f}$  est le vecteur de défaut estimé et  $u(t)$  est l'entrée de commande nominale donnée par (II.30) et (II.31), avec le mécanisme d'interpolation donné par la relation (II.17).

Les fonctions d'activation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont définies par :

$$\mu_{p,1}(\theta_f) = \frac{\theta_f(x_f) - \underline{\theta}}{\bar{\theta} - \underline{\theta}} \quad \text{et} \quad \mu_{p,2}(\theta_f) = 1 - \mu_{p,1}(\theta_f); \quad p = 1, \dots, \frac{N}{2} \quad (\text{II.34})$$

Généralement, il est supposé que les variables d'état sont accessibles pour le contrôle du système. En réalité, ceci n'est pas toujours vérifié. D'où le besoin d'estimer les variables non mesurables.

Les objectifs de la synthèse de la FMPC est de calculer les coefficients  $K_i$  tels que la boucle fermée du système incluant les estimations des états et des défauts soient stables. Afin d'estimer simultanément  $\hat{x}_f(t)$  et  $\hat{f}(t)$ , les observateurs T-S suivant sont proposés pour le système (II.32) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) \left( A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i \hat{f}(t) + L_i (y_f - \hat{y}_f) \right) \\ \hat{f}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) \left( G_i C_i (x_f - \hat{x}_f(t)) + G_i E_s^i (f - \hat{f}(t)) \right) \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

L'état augmenté contenant les deux dynamiques d'erreurs  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et  $e_f(t) = f(t) - \hat{f}(t)$ , s'écrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_f(t) - \dot{\hat{x}}_f(t) \\ \dot{f}(t) - \dot{\hat{f}}(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) \begin{pmatrix} A_i - L_i C_i & E_a^i - L_i E_s^i \\ -G_i C_i & -G_i E_s^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.36})$$

L'erreur de poursuite  $e_p(t) = x(t) - x_f(t)$  est donnée par :

$$\dot{e}_p(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \begin{pmatrix} (A_i - B_i K_j) e(t) - E_a^i (f(t) - \hat{f}(t)) \\ -B_i K_j (x_f(t) - \hat{x}_f(t)) \end{pmatrix} \quad (\text{II.37})$$

Le système augmenté de la dynamique d'erreur  $\tilde{e}(t)$  contenant l'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation de défauts  $f(t) - \hat{f}(t)$ , peut être exprimé comme suit :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) \quad (\text{II.38})$$

où :

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} x(t) - x_f(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_j & -B_i K_j & -E_a^i \\ 0 & A_i - L_i C_j & E_a^i - L_i E_s^j \\ 0 & -G_i C_j & -G_i E_s^j \end{pmatrix}.$$

L'analyse de la stabilité du système (II.38) permet d'introduire le Théorème II.4.1.

**Théorème II.4.1** *L'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation de défauts  $f(t) - \hat{f}(t)$  convergent asymptotiquement vers zéro, s'il existe des matrices symétriques définies positives  $X_1$  et  $P_2$ ,  $P_3 = I$ , des matrices de gain  $K_j$ ,  $\bar{L}_i$  et  $G_i$  telles que les LMIs suivantes soient vérifiées [Ben Hamouda et al. (2014c)] :*

$$\begin{pmatrix} \Omega_i & -B_i K_j & -E_a^i & -B_i K_j & X1 \\ * & \Xi_{ij} & \Psi_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & Z_{ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -I \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{II.39})$$

$$\Omega_i = A_i X1 + X1 A_i^T$$

$$\Xi_{ij} = P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{L}_i C_j - C_j^T \bar{L}_i^T$$

$$\Psi_{ij} = P_2 E_a^i - \bar{L}_i E_s^j - C_j^T \bar{G}_i^T$$

$$Z_{ij} = -\bar{G}_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T$$

$$i, j = 1, \dots, N$$

Les gains du contrôleur sont  $K_j$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $L_i = P_2^{-1} \bar{L}_i$  et  $G_i$ .

**Démonstration III.6.1 :** voir Annexe B.

### Application au système $\Sigma$ donné par (II.5)

Nous considérons deux défauts actionneur et capteur. Un premier défaut (actionneur ou capteur) apparaît à l'instant  $t = 25$  s. A partir de l'instant  $t = 40$  s, un second défaut (actionneur ou capteur) apparaît. Le scénario correspondant aux défauts actionneur et capteur est donné comme suit :

$$f(t) = \begin{cases} f_1(t), & 25 \leq t < 40 \\ f_1(t) + f_2(t), & t \geq 40 \end{cases}$$

où  $\dot{f}(t) = 0$ .

Un modèle T-S où les variables de prémisses dépendent de variables d'état mesurables, est utilisé pour concevoir un observateur et un contrôleur. La résolution des LMIs du



problème d'optimisation quadratique conduit aux matrices suivantes :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.5895 & 0.0673 \\ 0.0673 & 0.4212 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1.1320 & 0.0311 \\ 0.0311 & 0.5515 \end{bmatrix}$$

Les LMIs données par (II.39) sont résolues en utilisant la toolbox YALMIP [Lofberg (2004)] et la programmation semi-définie appelée SeDuMi Solver. L'interface SeDuMi a été développée dans le Laboratoire d'Architecture et d'Analyse de Systèmes (LAAS) par D. Peaucelle *et al.* Les gains du contrôleur et d'observateur sont les suivants :

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0.1251 & 0.4847 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0.1251 & 0.485 \end{bmatrix},$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.7484 \\ -10.8752 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.5345 \\ 0.8418 \end{bmatrix},$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 3.2197 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1.8616 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le schéma de simulation sous simulink de la loi de commande FMPC appliquée au modèle T-S  $\Sigma$  est donné par la figure II.28.

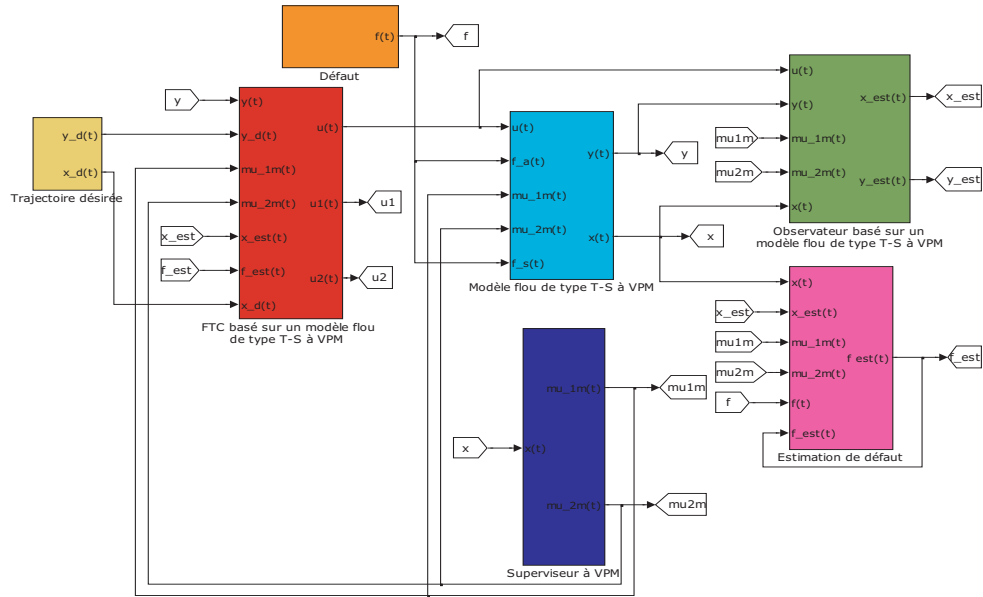


FIGURE II.28 – Schéma de simulation simulink : contrôle tolérant aux défauts basé sur un diagnostic T-S avec des VPM

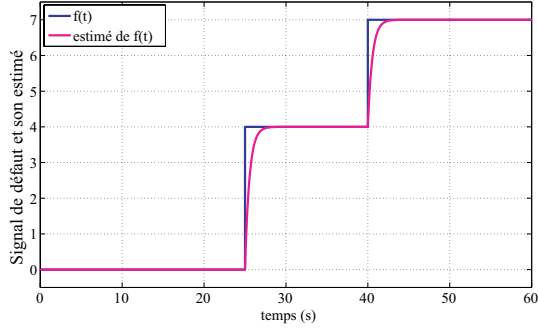


FIGURE II.29 – Scénario du défaut actionneur et son estimé en fonction du temps

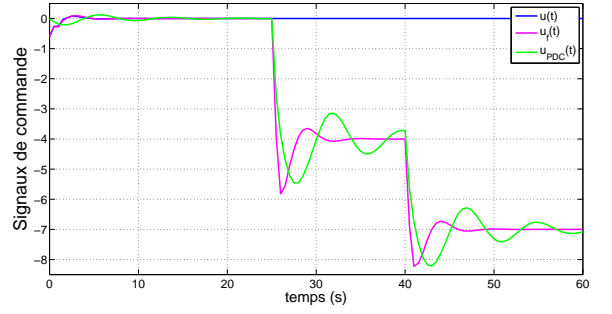


FIGURE II.30 – Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur

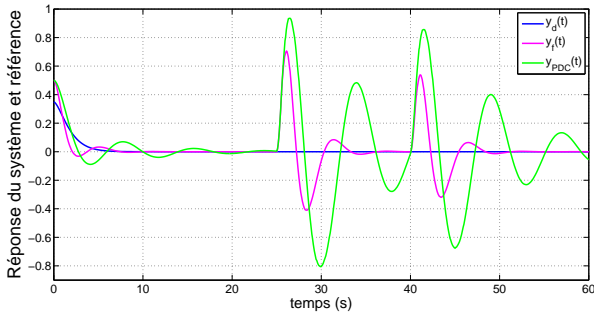


FIGURE II.31 – Réponse du système en présence du défaut actionneur

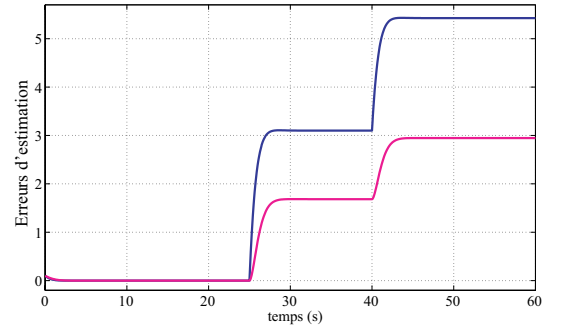


FIGURE II.32 – Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur

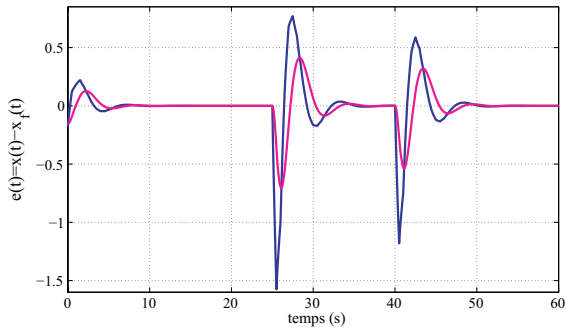


FIGURE II.33 – Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur

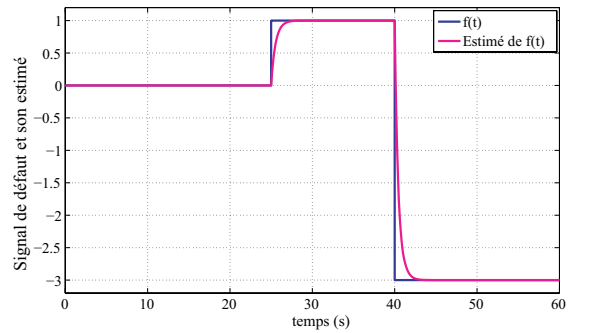


FIGURE II.34 – Scénario du défaut capteur et son estimé en fonction du temps

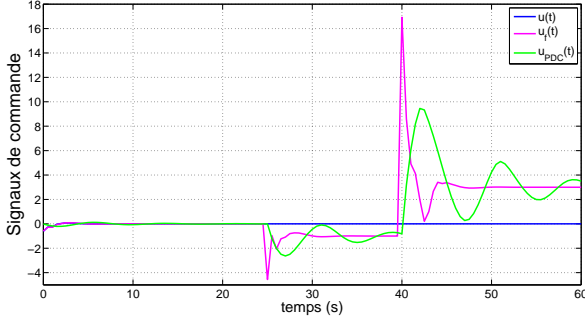


FIGURE II.35 – Signaux de commande appliqués au système

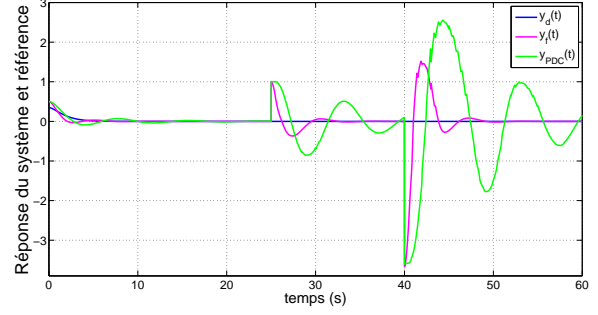


FIGURE II.36 – Réponse du système en présence du défaut capteur

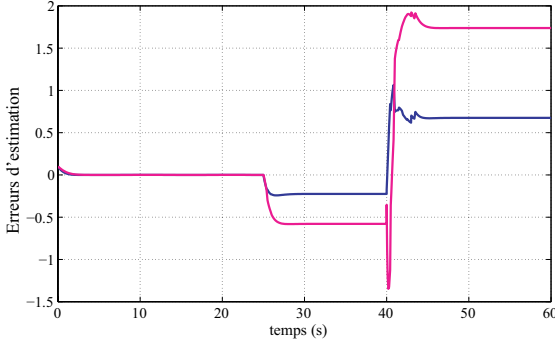


FIGURE II.37 – Dynamique de l'erreur d'estimation des états

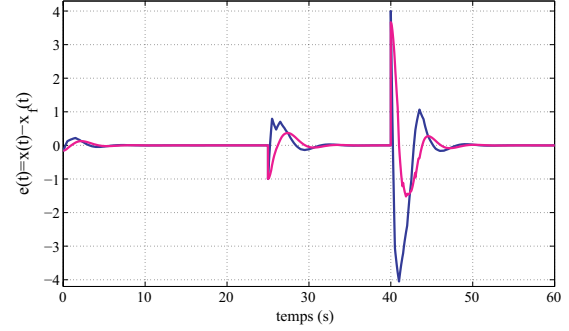


FIGURE II.38 – Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut capteur

D'après les figures suivantes II.31 et II.36, les résultats de simulation montrent l'efficacité de la stratégie FTC proposée dans cette partie. Les figures II.29 et II.34 montrent les défauts (actionneur et capteur) et leurs estimations avec une erreur très faible. Une étude comparative est réalisée entre les stratégies de commande suivantes FMPC avec VPM et la commande de type PDC ayant la structure T-S. La stratégie FMPC proposée présente une meilleur poursuite des trajectoires de référence et tolère plus rapidement les défauts comme l'illustrent les figures II.31 et II.36. D'après les figures II.30 et II.35, nous remarquons que la commande PDC-TS élaboré met plus de temps pour compenser les effets des défauts intervenant. Nous observons également que la loi de commande nominale est égale à  $u_f(t)$  avant l'occurrence des défauts. Les figures II.32, II.33, II.37 et II.38 montrent l'évolution des erreurs d'estimation et de poursuite en fonction du temps. La dynamique de l'erreur dépend de la connaissance des variables de prémisse  $\theta(t)$  intervenant

dans les fonctions d'activation  $\mu_i(t)$ . La construction d'une trajectoire de référence résultante d'une modélisation T-S donne directement un sens au choix des pôles de la boucle fermée. Vu que l'objectif de la commande est de suivre la sortie désirée du modèle T-S de référence. Nous remarquons une amélioration des performances du système considéré, telle que la stabilité, la précision et la rapidité. Nous pouvons conclure que la conception des observateurs T-S a permis la synthèse d'une loi de commande tolérante aux défauts.

#### II.4.4 FMPC et observateur T-S à VPNM

L'objectif de cette stratégie est la synthèse d'un FTC basé sur des VPNM.

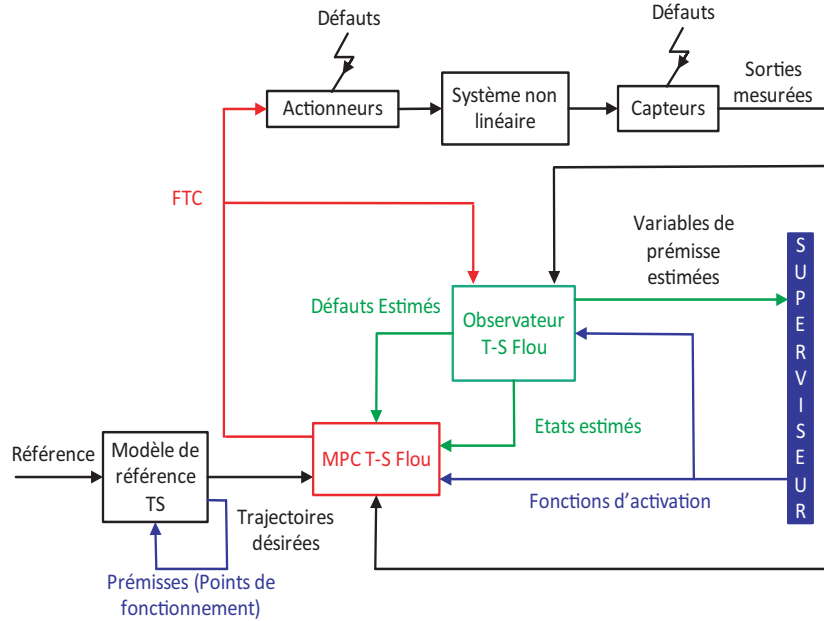


FIGURE II.39 – Stratégie de FTC basée sur un observateur T-S avec des VPNM [Ben Hamouda *et al.* (2014b)]

Le vecteur d'état et les défauts sont estimés simultanément par des observateurs T-S. Les gains des observateurs T-S et ceux de la loi PDC sont obtenus par la résolution des LMI dérivées de théorie de Lyapunov. Le schéma de la nouvelle commande tolérante aux défauts est donnée par la figure II.39.

La stratégie donnée par la figure II.39 permet d'élaborer l'entrée de commande  $u_f(t)$  telle que :

- la boucle fermée du système est stable,

- $x_f(t)$  converge asymptotiquement vers le vecteur d'état de référence même en présence de défauts.

Dans cette partie, nous considérons le cas VPNM, sachant qu'en présence de défauts, les VPNM dépendent du vecteur en défaut d'état estimé. Par conséquent, la commande T-S est basée sur des variables de prémisses estimées. La loi de contrôle suivante est élaborée :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( -\hat{f}(t) - K_i (\hat{x}_f(t) - x(t)) + u(t) \right) \quad (\text{II.40})$$

où  $u(t)$  est l'entrée de commande nominale donnée par (II.30) et (II.31). Le mécanisme d'interpolation permet de déduire la commande interpolée donnée par la relation (II.29), où les fonctions d'activation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont définies précédemment par la relation (II.27).

Les objectifs de la synthèse de la FMPC sont de calculer les gains  $K_i$  tels que la boucle fermée du système incluant les estimations des états et des défauts soit stable. Afin d'estimer simultanément  $\hat{x}_f(t)$  et  $\hat{f}(t)$ , des observateurs T-S sont utilisés pour le système (II.32) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i \hat{f}(t) + L_i (y_f - \hat{y}_f) \right) \\ \dot{\hat{f}}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( G_i C_i (x_f - \hat{x}_f(t)) + G_i E_s^i (f - \hat{f}(t)) \right) \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

L'état augmenté contenant les deux dynamiques d'erreurs  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et  $f(t) - \hat{f}(t)$  est le suivant :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_f(t) - \dot{\hat{x}}_f(t) \\ \dot{f}(t) - \dot{\hat{f}}(t) \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \begin{pmatrix} A_i - L_i C_i & E_a^i - L_i E_s^i \\ -G_i C_i & -G_i E_s^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.42})$$

L'erreur de poursuite est donnée par :

$$\dot{e}_p(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta) \mu_j(\theta_f) \begin{pmatrix} (A_i - B_i K_j) e(t) - E_a^i (f(t) - \hat{f}(t)) \\ -B_i K_j (x_f(t) - \hat{x}_f(t)) \end{pmatrix} + I_{n \times n} \Delta_1(t) \quad (\text{II.43})$$

où :

$$\Delta_1(t) = \sum_{i=1}^N (\mu_i(\theta) - \mu_i(\theta_f)) (A_i x(t) + B_i u(t))$$

Le système augmenté de la dynamique d'erreur  $\tilde{e}(t)$  contenant l'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation de défauts  $f(t) - \hat{f}(t)$ , peut être exprimé comme suit :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \mu_j(\theta_f) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) + \Gamma \Delta(t) \quad (\text{II.44})$$

où :

$$\tilde{e}(t) = \begin{pmatrix} x(t) - x_f(t) \\ x_f(t) - \hat{x}_f(t) \\ f(t) - \hat{f}(t) \end{pmatrix}, \Gamma = \begin{pmatrix} I_{n \times n} & 0 \\ 0 & I_{n \times n} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_1(t) \\ \Delta_2(t) \end{pmatrix},$$

$$\tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_j & -B_i K_j & -E_a^i \\ 0 & A_i - L_i C_j & E_a^i - L_i E_s^j \\ 0 & -G_i C_j & -G_i E_s^j \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$\Delta_2(t) = \sum_{i=1}^N (\mu_i(\theta_f) - \mu_i(\hat{\theta}_f)) \begin{pmatrix} A_i x_f(t) + B_i u_f(t) \\ + E_a^i f(t) \end{pmatrix}$$

**Hypothèse II.4.1** *Il est supposé que les conditions suivantes sont vérifiées :*

- Le terme  $\Delta(t)$  est borné.
- Le système est stable en boucle ouverte.

L'analyse de la stabilité du système (II.44), assurant la poursuite des performances sous le gain  $L^2$ , permet d'introduire le Théorème II.4.2.

**Théorème II.4.2** *L'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation de défauts  $f(t) - \hat{f}(t)$  convergent asymptotiquement vers zéro, s'il existe des matrices symétriques définies positives  $X_1$  et  $P_2$ ,  $P_3 = I$ , des matrices de gain  $K_j$ ,  $\bar{L}_i$  et  $G_i$  et un scalaire positive  $\bar{\gamma}$ , solutions du problème d'optimisation suivant :*

$$\min_{X_1, P_2, K_j, \bar{L}_i, G_i} \bar{\gamma},$$

tel que les LMIs suivantes sont vérifiées [Ben Hamouda et al. (2014b)] :

$$\begin{pmatrix} \Omega_i & -B_i K_j & -E_a^i & -B_i K_j & X_1 & X_1 & 0 \\ * & \Xi_{ij} & \Psi_{ij} & 0 & 0 & 0 & P_2 \\ * & * & Z_{ij} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{\gamma}I \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{II.45})$$

$$\Omega_i = A_i X_1 + X_1 A_i^T$$

$$\Xi_{ij} = P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{L}_i C_j - C_j^T \bar{L}_i^T$$

$$\Psi_{ij} = P_2 E_a^i - \bar{L}_i E_s^j - C_j^T \bar{G}_i^T$$

$$Z_{ij} = -\bar{G}_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T$$

$$i, j = 1, \dots, N$$

Les gains du contrôleur sont  $K_j$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $L_i = P_2^{-1} \bar{L}_i$  et  $G_i$ . Le taux d'atténuation est obtenu par  $\gamma = \sqrt{\bar{\gamma}}$ .

**Démonstration III.6.2 :** voir Annexe B.

### Application au système $\Sigma$ donné par (II.5)

L'objectif étant toujours le même, à savoir la synthèse d'une loi de commande FMPC sous contraintes. Un modèle T-S où les variables de prémisse dépendent de variables d'état non mesurables, est utilisé pour concevoir un observateur et un contrôleur. Le schéma de simulation sous simulink de la loi de commande FMPC appliquée au modèle T-S  $\Sigma$  est

donné par la figure II.40.

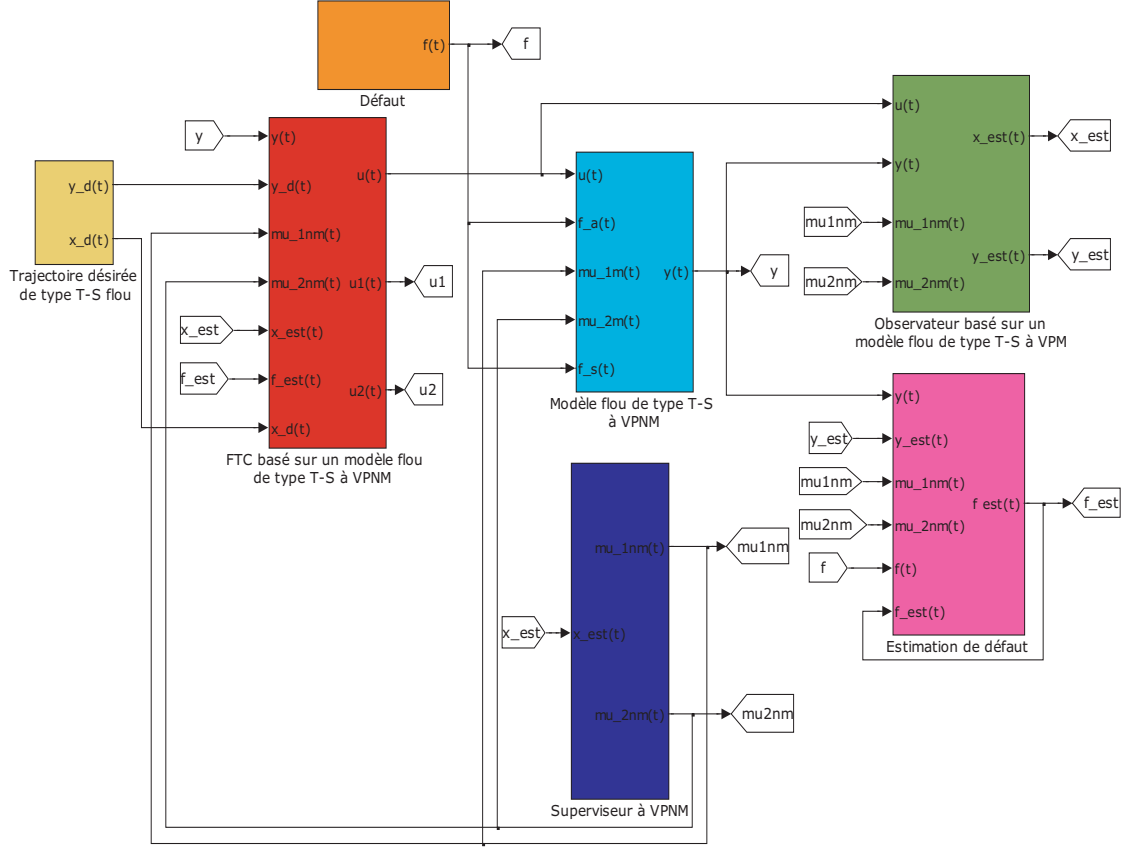


FIGURE II.40 – Schéma de simulation simulink : contrôle tolérant aux défauts basé sur un diagnostic T-S avec des VPNN

Les deux scénarii de défauts précédents actionneur et capteur sont considérés et donnés par les figures II.41 et II.46.

Des solutions satisfaisant les conditions de stabilité sous les LMIs du Théorème II.4.2, sont trouvées avec une valeur du taux d'atténuation  $\gamma$  égale à 0.9417.

La résolution du problème d'optimisation est effectuée en considérant les matrices suivantes :

$$X1 = \begin{bmatrix} 0.3073 & 0 \\ 0 & 0.6144 \end{bmatrix} \text{ et } P_2 = \begin{bmatrix} 0.8973 & 0.2107 \\ 0.2107 & 0.9286 \end{bmatrix}$$

La résolution des LMIs données par (II.45) conduit aux gains du contrôleur et d'observa-



teurs T-S suivants :

$$K_1 = K_2 = \begin{bmatrix} 0.0096 & 0.6146 \end{bmatrix}, L_1 = \begin{bmatrix} 1.8528 \\ -10.5144 \end{bmatrix},$$

$$L_2 = \begin{bmatrix} 0.6584 \\ 1.9390 \end{bmatrix}, G_1 = \begin{bmatrix} 5.3346 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } G_2 = \begin{bmatrix} 4.9879 \\ 0 \end{bmatrix}$$

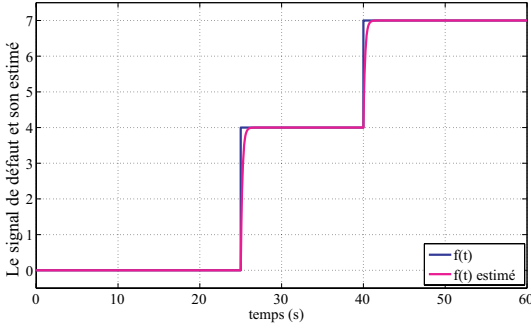


FIGURE II.41 – Scénario du défaut actionneur et son estimé en fonction du temps

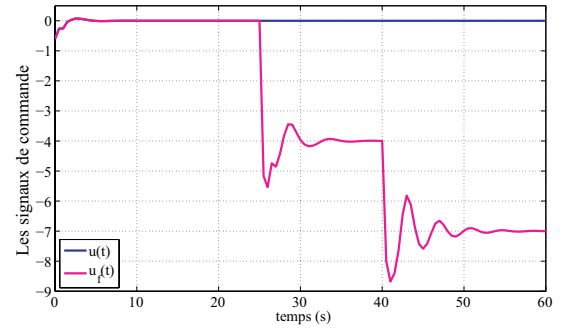


FIGURE II.42 – Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur

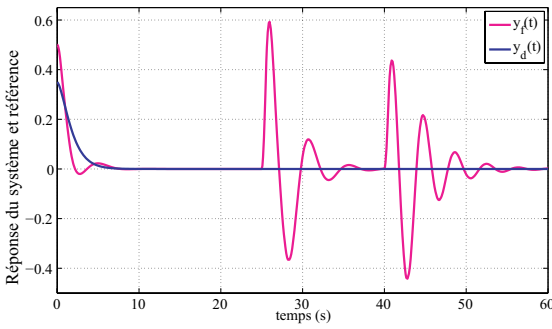


FIGURE II.43 – Réponse du système en présence du défaut actionneur

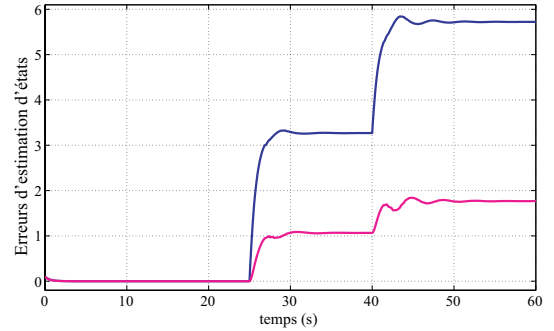


FIGURE II.44 – Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur

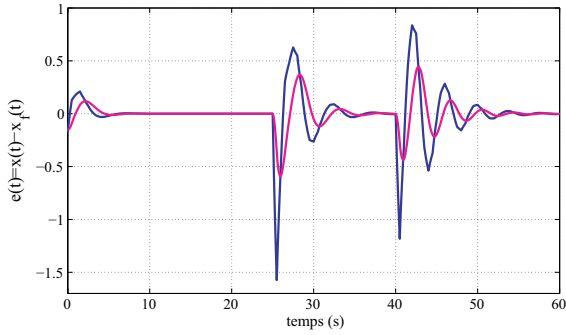


FIGURE II.45 – Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur

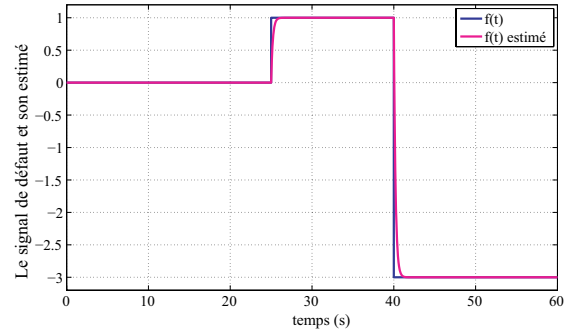


FIGURE II.46 – Scénario du défaut capteur et son estimé en fonction du temps

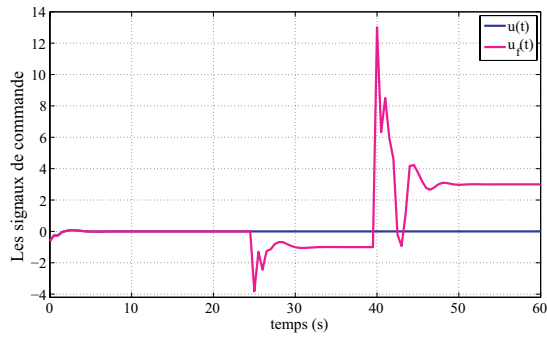


FIGURE II.47 – Signaux de commande appliqués au système en présence du défaut actionneur

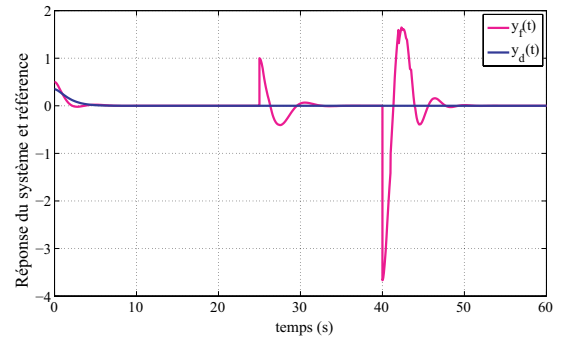


FIGURE II.48 – Réponse du système en présence du défaut capteur

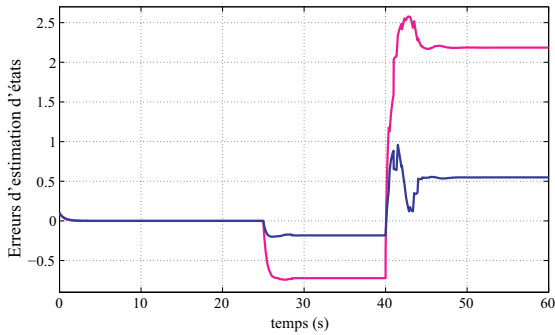


FIGURE II.49 – Dynamique de l'erreur d'estimation des états en présence du défaut actionneur

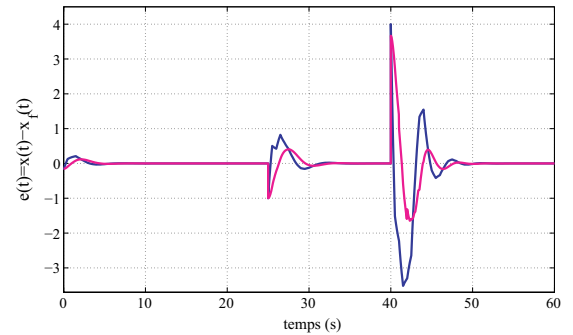


FIGURE II.50 – Dynamique de l'erreur de poursuite en présence du défaut actionneur

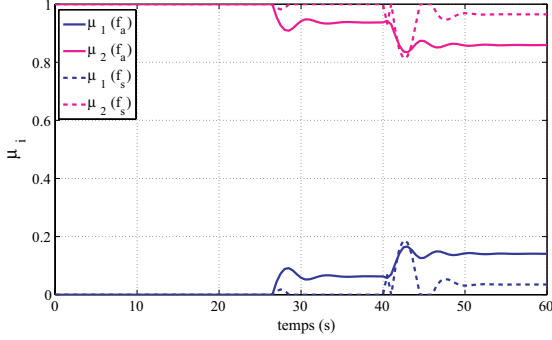


FIGURE II.51 – Evolution des fonctions d'activation basées sur les VPM

Les figures II.44, II.45, II.49 et II.50 montrent l'évolution des erreurs d'estimation et de poursuite en fonction du temps. La figure II.51 montre l'évolution des fonctions d'activation basées sur les VPM. A partir de ces résultats de simulation, nous concluons que les performances obtenues avec la FMPC sont très satisfaisantes et que cette dernière permet au système de fonctionner normalement, même après l'apparition des défauts. Les performances du système non linéaire sont améliorées avec l'utilisation de la FMPC. Afin de vérifier la robustesse de la stratégie proposée, dans la partie suivante, nous étudions le cas des modèles T-S incertain.

#### II.4.5 FMPC basé sur un modèle T-S incertain à VPM

Dans [Chadli *et al.* (2013)] et [Aouaouda *et al.* (2012)], les auteurs ont proposé un FTC pour les modèles T-S incertains et soumis à des perturbations. Ils ont synthétisé un FTC dans le but d'assurer la poursuite de trajectoires pour les systèmes non linéaires incertains décrits par des modèles T-S. Dans [Chadli *et al.* (2013)], le papier expose une stratégie de FTC pour un décollage et un atterrissage vertical d'un avion soumis à des perturbations externes et à des défauts actionneurs. Dans [Kumar Dohare *et al.* (2015)], Il a été observé que la MPC montre de bonnes performances même en présence d'incertitudes sur le système BTX (Benzene Toluene Xylene). La variation des paramètres du système est fixée à 10% des valeurs nominales. Dans [Jamal Alden et Wang (2015)], une nouvelle stratégie de contrôle assurant les performances  $H_\infty$  est proposée pour un système de génération de puissance avec retard en présence d'incertitudes et de perturbations. Dans

[Fekih et Seelem (2015)], la technique proposée est conçue pour maintenir la stabilité d'un véhicule en présence de système de direction défectueux. Pour traiter les défauts capteurs, une méthode de FDI basée sur une fusion de capteurs est proposée. Les auteurs ont proposé un algorithme basé sur un régulateur linéaire quadratique (en anglais Linear Quadratic Regulator ou LQR) contre les variations des paramètres et les incertitudes. Cette partie traite du problème de poursuite et de régulation pour les systèmes non linéaires incertains décrits par des modèles flous en respectant les incertitudes sur les paramètres du modèle. Le schéma de la stratégie de FTC est donné par la figure II.52.

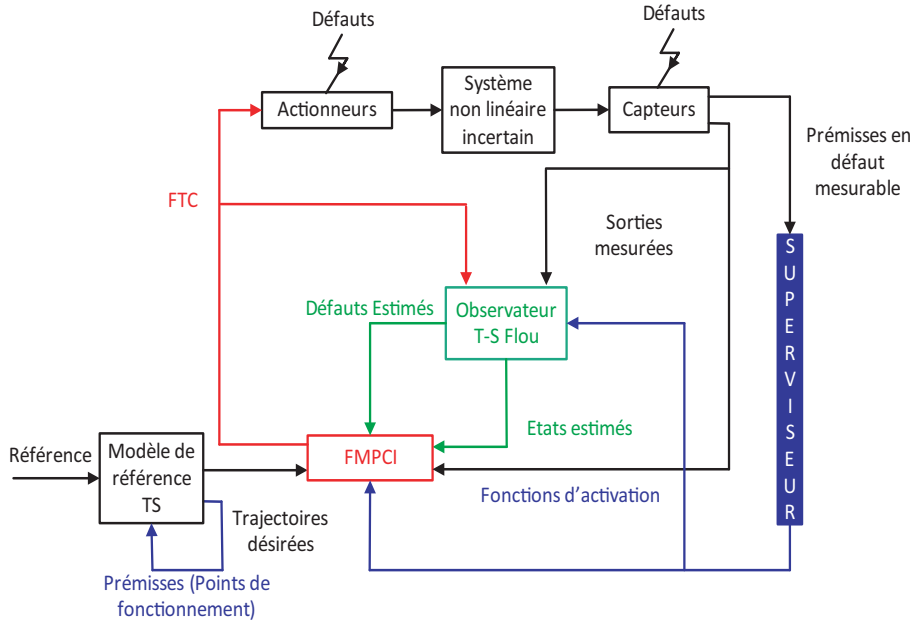


FIGURE II.52 – FMPC tolérante aux défauts basée sur un modèle T-S incertain

En présence de défaut, le système non linéaire (II.46) est supposé pouvoir être décrit par le modèle T-S incertain suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) \left( (A_i + \Delta A_i)x_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i f(t) \right) \\ y_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) (C_i x_f(t) + E_s^i f(t)) \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

avec

$$\bar{A}_i = A_i + \Delta A_i$$

où  $\Delta A_i$  représente la matrice d'incertitude avec des dimensions appropriées. La variation des paramètres est égale à 30% des valeurs nominales. Nous ajoutons puis nous soustrayons

$K_i x_f(t)$ , la relation (II.40) peut être écrite :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) (K_i e_p(t) + K_i e(t) + u(t) - \hat{f}(t)) \quad (\text{II.47})$$

où  $u(t)$  présente le signal de commande nominal. La stratégie de FTC est proposée pour couvrir la faisabilité en respectant les contraintes sur le système non linéaire incertain.

L'erreur de poursuite  $e_p(t) = x(t) - x_f(t)$  est donnée par :

$$\dot{e}_p(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \left( (A_i - \bar{B}_i K_j) e_p(t) - B_i K_j e(t) - E_a^i e_f(t) - \Delta A_i x_f(t) \right) \quad (\text{II.48})$$

La dynamique de  $e(t)$  est donnée par :

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \left( A_i e(t) + E_a^i e_f(t) - L_i e_y(t) + \Delta A_i x_f(t) \right) \quad (\text{II.49})$$

La combinaison de (II.48), (II.49) et (II.46) permet la formulation des dynamiques  $e_p(t)$ ,  $e(t)$ ,  $e_f(t)$ ,  $e_y(t)$  et  $x_f(t)$  comme suit :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) \quad (\text{II.50})$$

où :

$$\tilde{e}(t)^T = \begin{pmatrix} e_p(t) \\ e(t) \\ e_f(t) \\ e_y(t) \\ x_f(t) \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{A}_{ij} = \begin{pmatrix} A_i - B_i K_j & -B_i K_j & -E_a^i & 0 & -\Delta A_i \\ 0 & A_i & E_a^i & -L_i & \Delta A_i \\ 0 & -G_i C_j & -G_i E_s^i & 0 & 0 \\ 0 & C_i A_i & C_i E_a^i & -L_i C_i & C_i \Delta A_i \\ B_i K_j & B_i K_j & E_a^i & 0 & \bar{A}_i \end{pmatrix}.$$

L'analyse de la stabilité du système (II.50) permet d'introduire le Théorème II.4.3.

**Théorème II.4.3** *Le système (II.50) générant l'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $e(t)$ , l'erreur d'estimation de défaut  $e_f(t)$ , l'erreur de sortie  $e_y(t)$  et l'état en défaut  $x_f(t)$  est stable, s'il existe des matrices symétriques définies positives  $X_1$  et  $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = I$ , des matrices gains  $K_j$ ,  $L_i$  et  $G_i$  telles que les LMIs suivantes soient vérifiées :*

$$\begin{pmatrix} \xi_{1ij} & \xi_{12ij} & \xi_{13ij} & 0 & \xi_{15ij} & -B_i K_j & X1 \\ * & \xi_{22ij} & \xi_{23ij} & \xi_{24ij} & \xi_{25ij} & 0 & 0 \\ * & * & \xi_{33ij} & \xi_{34ij} & \xi_{35ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & \xi_{44ij} & \xi_{45ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \xi_{55ij} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & -I & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 & -I \end{pmatrix} < 0, \quad (\text{II.51})$$

$$\xi_{1ij} = X1A_i^T + A_iX1$$

$$\xi_{12ij} = -B_i K_j$$

$$\xi_{13ij} = -E_a^i$$

$$\xi_{15ij} = X1P_5B_i^T K_j^T - \Delta A_i$$

$$\xi_{22ij} = P_2A_i^T + P_2A_i$$

$$\xi_{23ij} = -P_3G_i^T C_i^T + E_a^i P_2$$

$$\xi_{24ij} = P_4C_i^T A_i^T - P_2L_i$$

$$\xi_{25ij} = P_5B_i^T K_j^T + \Delta A_i P_2$$

$$\xi_{33ij} = -P_3G_i^T E_s^{iT} - G_i E_s^i P_3$$

$$\xi_{34ij} = P_4C_i^T E_a^{iT}$$

$$\xi_{35ij} = P_5E_a^{iT}$$

$$\xi_{44ij} = -P_4L_i^T C_i^T - L_i C_i P_4$$

$$\xi_{45ij} = C_i \Delta A_i P_4$$

$$\xi_{55ij} = P_5\bar{A}_i^T + \bar{A}_i P_5$$

Les gains du contrôleur sont  $K_j$  et les gains de l'observateur sont donnés par  $L_i$  et  $G_i$ .

**Démonstration III.6.3 :** voir Annexe B.

### Application au système $\Sigma$ donné par (II.5)

Les résultats de simulation donnés par la figure (II.55) permettent la comparaison entre les sorties des modèles sans et avec incertitudes. La résolution du problème d'optimisation conduit aux matrices suivantes :

$$X_1 = \begin{bmatrix} 0.5903 & 0.0545 \\ 0.0545 & 0.3124 \end{bmatrix}, \quad P_2 = \begin{bmatrix} 1.2157 & 0.0682 \\ 0.0682 & 0.3310 \end{bmatrix}$$

La résolution des LMIs données par (II.51) conduit aux gains du contrôleur et d'observateurs T-S suivants

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{bmatrix} 0.1357 & 0.3457 \end{bmatrix}, \quad K_2 = \begin{bmatrix} 0.1357 & 0.3458 \end{bmatrix}, \\ L_1 &= \begin{bmatrix} 0.8474 \\ -10.5284 \end{bmatrix}, \quad L_2 = \begin{bmatrix} 0.4553 \\ 0.8718 \end{bmatrix}, \\ G_1 &= \begin{bmatrix} 3.2296 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G_2 = \begin{bmatrix} 1.8817 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

D'après les figures II.55, les résultats de simulation montrent l'efficacité de la stratégie FTC proposée dans cette partie. Les figures II.53 montrent les défauts (actionneur et capteur) et leurs estimations avec une erreur très faible. A partir des figures II.54, nous observons que la loi de commande nominale est égale à  $u_f(t)$  avant l'occurrence des défauts. Les figures II.56 et II.58 montrent l'évolution des erreurs d'estimation et de poursuite en fonction du temps.

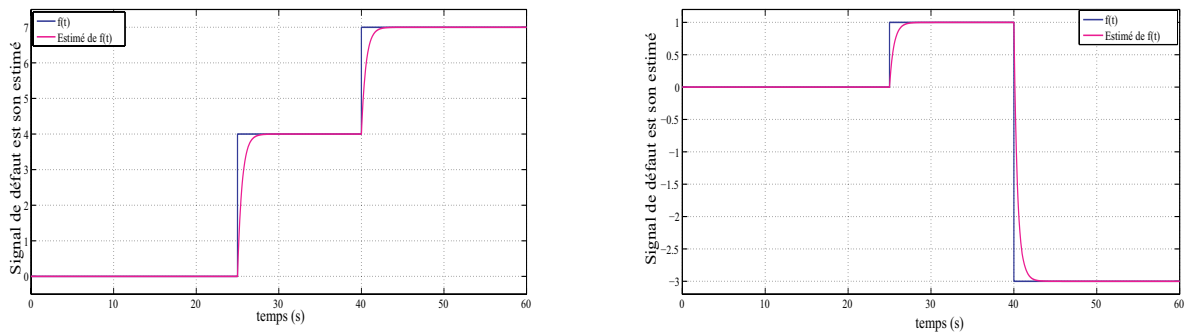


FIGURE II.53 – Les défauts et leur estimés (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur)

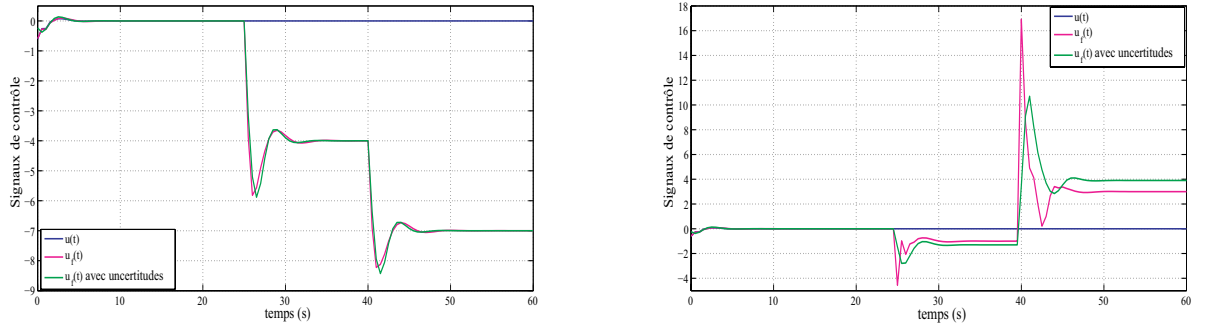


FIGURE II.54 – Signaux de commande appliqués au système (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur)

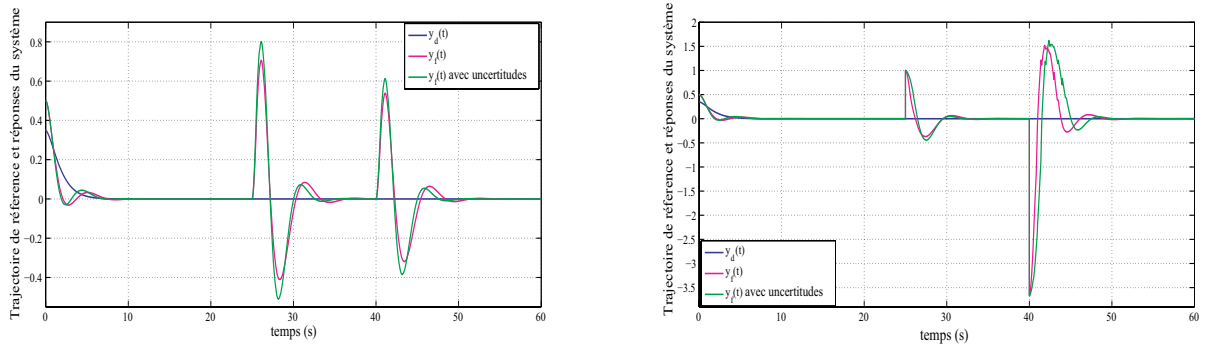


FIGURE II.55 – Réponse du modèle T-S avec et sans incertitudes (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur)

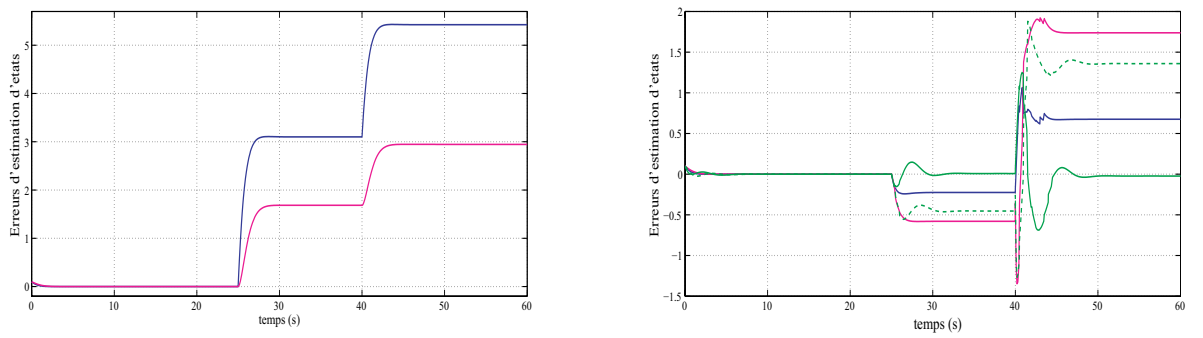


FIGURE II.56 – Dynamique de l'erreur d'estimation des états (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur)



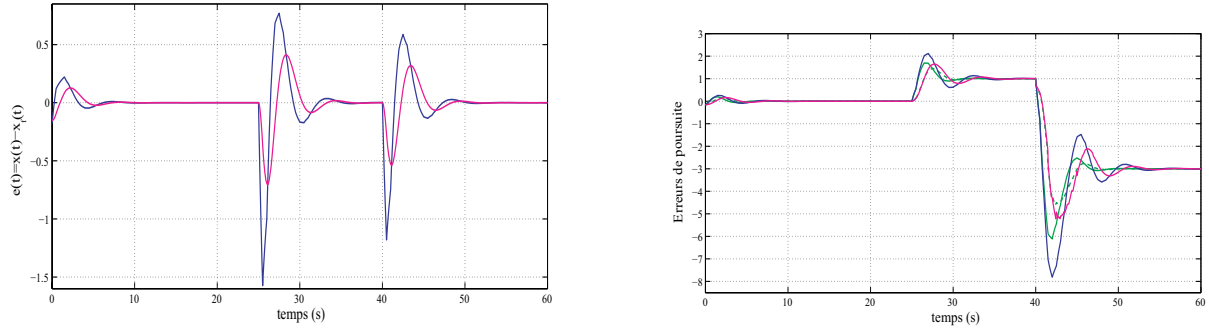


FIGURE II.57 – Dynamique de l'erreur de poursuite (à gauche : défaut actionneur, à droite : défaut capteur)

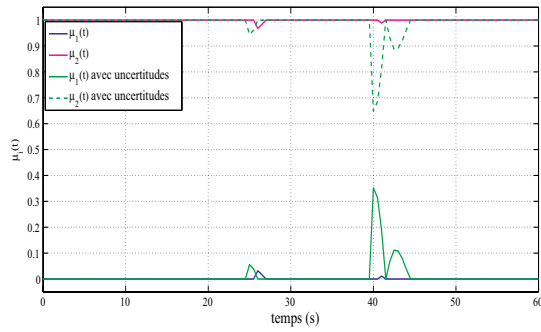


FIGURE II.58 – Evolution des fonctions d'activation basées sur de VPNM

D'après les figures, nous concluons que la FMPC est robuste face aux incertitudes de modélisation et que la tolérance aux défauts est atteinte en assurant une poursuite des trajectoires désirées.

Pour terminer, afin de montrer clairement l'efficacité de chaque loi de commande proposée, nous traçons les différentes réponses obtenues du système en présence d'un défaut actionneur comme donné par la figure II.29.

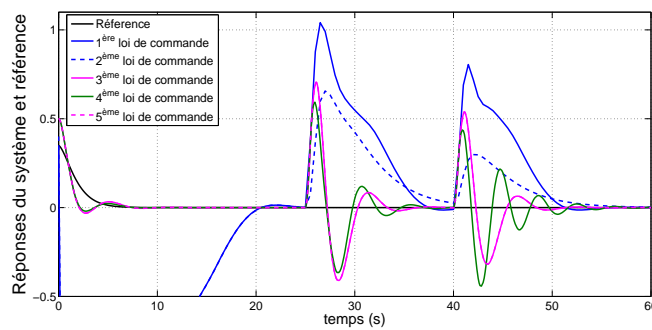


FIGURE II.59 – Etude comparative : Réponses du système SISO

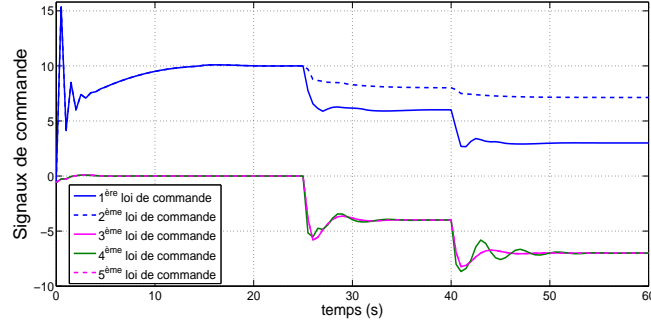


FIGURE II.60 – Etude comparative : Signaux de commande appliqués au système SISO

Nous remarquons d’après les figures II.59 et II.60 une amélioration des résultats de simulation obtenus en appliquant la cinquième loi de commande proposée en comparant avec ceux obtenus en appliquant la première loi de commande.

## II.5 Conclusion

Une nouvelle stratégie de FTC pour une classe de systèmes non linéaires affine en la commande a été proposée au cours de ce second chapitre. Notre contribution est de combiner la modélisation T-S, la programmation quadratique et le principe de découplage de défauts. En tenant compte des travaux de recherche existant dans la littérature concernant le FTC, les principales contributions proposées dans cette partie du mémoire, sont les suivantes :

- Proposition d’une méthode pour obtenir un ensemble convexe,
- proposition d’une FMPC dynamique pour un système quasi-LPV en tenant compte des contraintes et des défauts actionneurs,
- proposition d’un contrôleur prédictif actif et tolérant aux défauts basé sur les états estimés et les VPNM à partir d’un modèle T-S et la proposition d’un observateur non linéaire,
- proposition d’une combinaison entre une loi de commande PDC avec la MPC,
- proposition d’observateurs T-S afin d’estimer les états non mesurable, les VPM, les VPNM et les défauts,
- utilisation de l’approche  $L_2$  pour obtenir des conditions d’existence moins conserva-

tives d'observateurs T-S et

- proposition d'un contrôleur prédictif actif et tolérant aux défauts pour les modèles T-S incertains.

La transformation du problème non linéaire en une formulation convexe a amené des domaines de validité moins restrictifs et des contraintes moins conservatives. Une accommodation de défauts par rejet de perturbation a été réalisée. La FMPC maintient de bonnes performances de poursuite suivant une dynamique acceptable. L'apparition des défauts ne cause pas un problème de non faisabilité, ni d'instabilité et les contraintes restent respectées. De nouvelles conditions en termes de contraintes LMIs ont été mises au point pour obtenir un FTC robuste. Le problème d'optimisation convexe permet d'avoir des temps de calcul raisonnables et d'atteindre un minimum global unique de la fonction coût. La FMPC proposée avec l'action intégrale a montré son efficacité en fonctionnement nominal et en présence de défauts. L'introduction de l'action intégrale dans la commande a contribué à réduire le conservatisme des conditions de convergence de l'erreur d'estimation.

Dans le chapitre suivant, nous présentons l'application de la stratégie de reconfiguration proposée au circuit d'air du moteur Diesel sujet à des fuites d'air.

# Chapitre III

## Application au circuit d'air du moteur Diesel

### III.1 Introduction

Depuis les années 1980, le moteur Diesel n'est plus considéré comme un moteur polluant et lourd. Dans le but d'atténuer encore plus les problèmes liés à la pollution et à la lenteur du moteur Diesel, de nouvelles technologies ont été développées. Ces technologies ont été dédiées à la réduction de la consommation de carburant et des émissions de polluants. En effet, le dioxyde de carbone ( $\text{CO}_2$ ) a été identifié comme une source de gaz à effet de serre contribuant ainsi au réchauffement climatique de la planète. Les constructeurs n'ont cessé de fournir des efforts au cours de ces dernières années afin de satisfaire les nouvelles normes anti-pollution exigées. Dans ce sens, plus de contraintes ont été considérées pour répondre aux demandes des clients (consommer moins, avoir plus de confort et plus de sécurité). Les stratégies de contrôle moteur distinguent généralement deux parties : le contrôle du circuit d'air du moteur Diesel (en anglais, Diesel Engine Air Path ou DEAP) et le contrôle du circuit d'injection du carburant. Dans ces travaux nous nous focalisons sur le système d'air. Dans un premier temps, un état de l'art sur les lois de commande pour le contrôle moteur est exposé. Nous présentons un modèle à valeur moyenne d'ordre sept proposé dans [Jankovich et Kolmanovsky (2000)] pour décrire le comportement dynamique du système DEAP. Le modèle décrit l'évolution des masses des gaz brûlés, des pressions et de la dynamique de la fraction de gaz dans les collecteurs d'admission et

d'échappement. La septième variable correspond à la dynamique du turbocompresseur. Dans [Nieuwstadt *et al.* (1998)] et [Stefanopoulou *et al.* (2000)], les auteurs ont considéré le régulateur Proportionnel Integral Dérivateur (PID) comme contrôleur pour le moteur. Il existe aussi des travaux reposant sur des théories de commande plus sophistiquées. Nous citons la commande adaptative [Ammann *et al.* (2003)]. Dans les travaux de [Jankovich et Kolmanovsky (2000)], les commandes basées sur la fonction candidate de Lyapunov, ont été proposées. La conception d'un contrôleur non linéaire appelé en anglais "Constructive Lyapunov Control" pour le modèle à valeur moyenne représentant le système DEAP a été proposée. La stratégie de commande proposée par les auteurs consiste à réguler le rapport air/carburant et la fraction des gaz d'échappement recyclé autour de consignes souhaitées. Au cours de la vie du moteur, des fuites d'air sont susceptibles d'apparaître au niveau du collecteur d'admission. Ces fuites provoquent une chute de pression dans le collecteur d'admission. Par conséquent, une déviation de la richesse dans les cylindres par rapport à la richesse de référence est constatée, favorisant l'augmentation des émissions polluantes. Pour y remédier, une nouvelle stratégie de commande robuste et optimale est proposée pour le système DEAP. La commande proposée dans le deuxième chapitre de ce mémoire dite FMPC est élaborée à partir d'une modélisation floue, tolérante aux défauts et basée sur un algorithme de prédiction. La représentation T-S du système DEAP conduit à des techniques actives de contrôle dédiées aux modèles linéaires. La FMPC est conçue pour résoudre un problème de poursuite et de régulation par reconfiguration de lois de commande et par accommodation de défauts. Des observateur T-S fournissent une estimation des états du système DEAP et des défauts. Les gains de l'observateur et du contrôleur T-S à VPNM sont obtenus en résolvant des LMIs dérivées de la théorie de Lyapunov, comme proposés dans le chapitre précédents.

## III.2 Sur le moteur Diesel

Pour commencer, nous abordons la structure du moteur Diesel pour décrire ensuite son fonctionnement et ses principes théoriques. Le principal avantage de ce type de moteur est sa faible consommation, son meilleur rendement et ses faibles émissions en  $\text{CO}_2$ . Concernant les inconvénients du moteur Diesel, nous citons son coût élevé de maintenance

ainsi que son impact sur l'environnement. En fait, une bonne gestion de la combustion du mélange air/carburant est essentielle. La combustion doit être la plus complète possible. Pour répondre à ce critère fondamental, un maximum d'énergie doit être généré et un minimum de quantité de carburant doit être conso. En résultat, un minimum d'émission ainsi qu'un maximum de confort pour le conducteur.

### III.2.1 Constitution du moteur Diesel

L'architecture du moteur Diesel est donnée par la figure III.1.

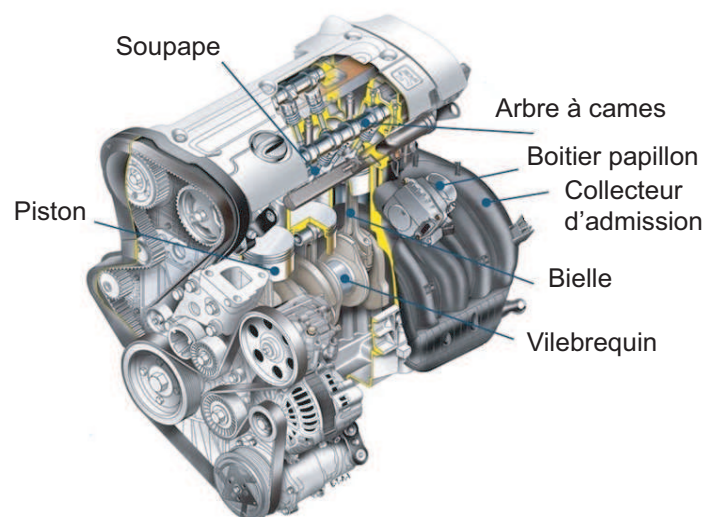


FIGURE III.1 – Architecture du moteur Diesel (source : IFP Energies nouvelles)

Pour comprendre l'architecture de ce type de moteur à allumage par compression, il faut s'intéresser à ses principaux organes qui sont [Heywood (1988)] :

1. L'injecteur : sous pression le combustible arrive de la pompe à injection jusqu'à l'injecteur. Le combustible est pulvérisé dans le cylindre en un temps bien déterminé et à une pression élevée allant de 80 à 150 bars. La quantité de gasoil non consommée suit le circuit de retour pour arriver soit à la pompe à injection, soit au réservoir.
2. Arbre à cames : cette pièce mécanique commande avec synchronisation l'ouverture et la fermeture des soupapes d'admission et d'échappement. L'arbre est formé par une tige cylindrique disposant d'autant de cames que de soupapes.

3. Soupape : élément séparant les conduits d'admission et d'échappement, de la chambre de combustion.
4. Piston : il transmet au vilebrequin, par l'intermédiaire de la bielle, l'énergie fournie par la combustion des gaz dans le cylindre. Il est constitué de fonte et d'acier ou d'alliage d'aluminium moulé.
5. Bielle : une liaison entre le piston et le vilebrequin qui permet de transformer un mouvement rectiligne alternatif en un mouvement circulaire continu. Elle est fabriquée en acier et en chrome.
6. Vilebrequin : sa fonction est de convertir le mouvement rectiligne alternatif des bielles en un mouvement circulaire.
7. Bloc-moteur : appelé aussi carter-cylindres, il représente la partie la plus massive. Ce bloc constitue les cylindres. Il a la caractéristique d'être étanche et robuste afin de résister aux pressions élevées pendant la combustion.

### III.2.2 Principe de fonctionnement du moteur à quatre temps

Nous citons le cycle de Beau de Rochas montrant explicitement les principes thermodynamiques du cycle composé de 4 temps : l'admission, la compression, l'explosion et la détente et enfin l'échappement. L'ingénieur français Beau de Rochas a défini, en 1862, le principe du cycle donné par la figure III.2.

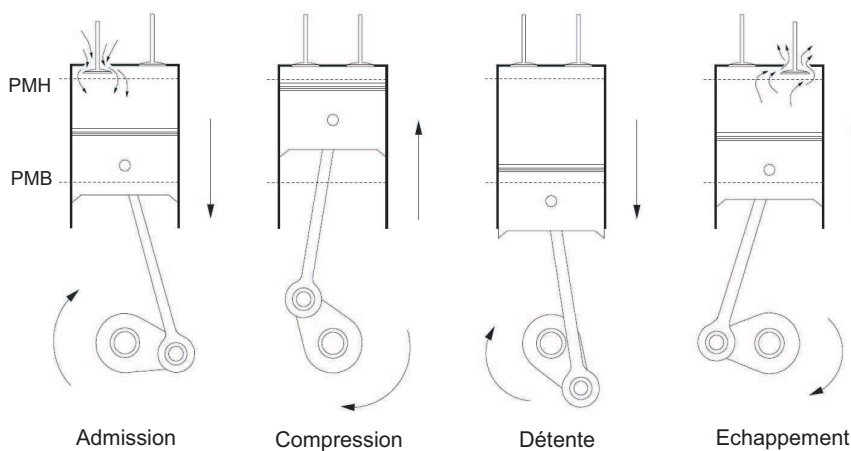


FIGURE III.2 – Cycle de fonctionnement d'un moteur Diesel (source : IFP Energies nouvelles)

Contrairement au moteur essence dont le mode d'inflammation du mélange air/carburant est provoqué par l'étincelle de la bougie, le moteur Diesel possède la propriété d'être un moteur à allumage non-commandé (ou spontané) par auto-inflammation ce qui signifie que le mélange air/carburant s'enflamme spontanément. Le mécanisme de combustion est déclenché par le mélange carburant/air dans le cylindre (gaz à haute pression) au cours du déplacement du piston en mouvement alternatif. Le mouvement produit se limite par deux extrêmes appelés Point Mort Haut (PMH) et Point Mort Bas (PMB). Un temps moteur est le trajet entre le PMH et le PMB, soit un demi-tour de vilebrequin. Le couple piston/vilebrequin est lié par le biais d'un mécanisme bielle-manivelle. Le moteur considéré dans nos travaux est celui à quatre temps, ce qui correspond à deux tours de vilebrequin. La succession de ces temps correspond au cycle moteur [Heywood (1988)].

- 1 - Admission :** La soupape d'admission s'ouvre et le piston s'abaisse suite à la rotation du volant entraînant ainsi la bielle. Une aspiration d'air frais s'effectue en continue à partir de la soupape d'admission.
- 2 - Compression :** Comme conditions initiales de cette étape, la soupape d'admission et celle d'échappement sont fermées. De façon isentropique, une compression d'air entraîne une explosion à très haute pression et température.
- 3 - Explosion et Détente :** Suite à l'explosion générée par l'injection du carburant, le piston est poussé vers le PMB.
- 4 - Échappement :** La soupape d'échappement s'ouvre. Avec le mouvement du piston vers le PMH, les gaz brûlés subissent une détente sont évacués vers le collecteur d'échappement et le cycle reprend depuis la première étape.

### III.2.3 Normes Européennes anti-pollutions

En Europe, le transport routier se positionne en tête de liste des grands participants à la pollution atmosphérique (source : Le Figaro, FUTURA science, Le Parisien, Association Nationale pour la Préservation et l'Amélioration de la Qualité de l'Air etc.). Des progrès technologiques considérables ont vu le jour, venant de la part des constructeurs automobile et des pétroliers. Les véhicules légers mis en service après 2011 répondent actuellement à la norme Euro 5 qui limite, pour les moteurs Diesel, les émissions combi-



nées d'hydrocarbures et d'oxydes d'azote. Diverses techniques sont utilisées pour réduire de manière significative la quantité des émissions du moteur Diesel. Nous pouvons citer les évolutions mécaniques du moteur : le common rail, la vanne de recirculation des gaz d'échappement (en anglais Exhaust Gas Recirculation ou EGR), les moteurs hybrides composés d'un moteur thermique traditionnel couplé à un moteur électrique et l'évolution des carburants. Dans [Moskwa (1993)], une commande par modes glissants a été proposée pour limiter les rejets moteur. Dans [Deacon *et al.* (1999)], la commande par logique floue a été appliquée au moteur Diesel dans le but d'une supervision des émissions. Dans [Stefanopoulou *et al.* (2000)], la commande optimale a été appliquée au turbocompresseur pour diminuer les quantités de polluants rejetées. Dans [Fredriksson et Egardt (2001)], la commande LQ a été appliquée au domaine de l'automobile pour commander le turbocompresseur à géométrie variable (en anglais, Variable Geometry Turbine ou VGT) dans le but d'atténuer l'émission des polluants. L'évolution des normes anti-pollution européennes pour les moteurs Diesel depuis 1993 est donnée par la figure III.3.

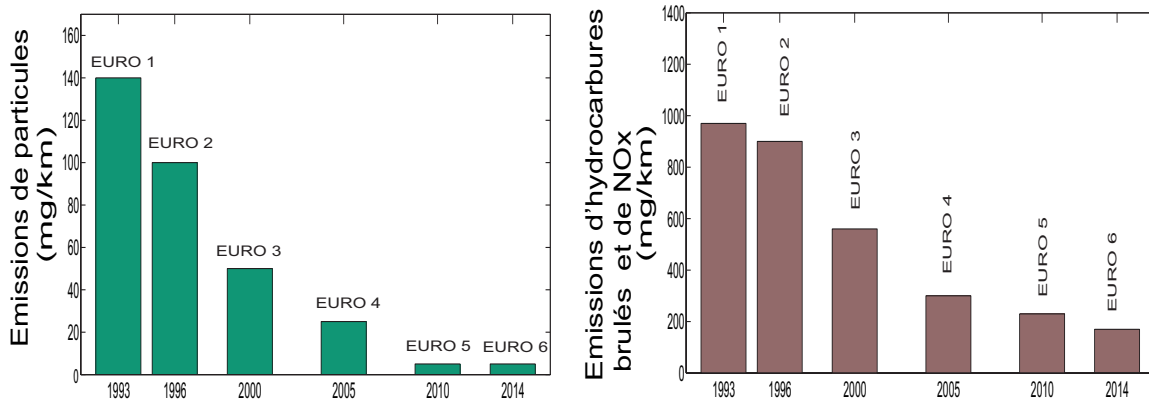


FIGURE III.3 – Évolution des normes anti-pollution européennes pour les moteurs Diesel depuis 1993 (source : Comité des Constructeurs Français d'Automobiles (CCFA))

### III.2.4 Mécanisme d'admission d'air

Le collecteur d'admission est le compartiment dans lequel sont aspirés l'air frais vers les cylindres et les gaz brûlés provenant de la vanne EGR. Le circuit d'air comporte trois actionneurs : le turbocompresseur, la vanne EGR et le papillon motorisé. Les gaz brûlés sortent par le collecteur d'échappement pour être ensuite dirigés soit vers la turbine soit

vers la vanne EGR. Le compresseur est entraîné par une turbine animée par la vitesse des gaz d'échappement comme donné dans la figure III.4.

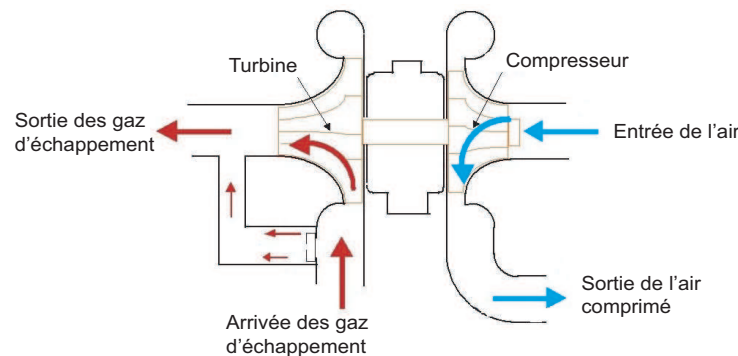


FIGURE III.4 – Schéma fonctionnel d'un turbocompresseur (source : IFP Energies nouvelles)

Le compresseur transforme l'énergie cinétique acquise en pression d'air. Grâce à la direction axiale de pénétration d'air, entraînant à son tour la roue du compresseur en vitesse, l'air comprimé est dirigé vers le collecteur d'admission. De l'air ambiant est aspiré, comprimé et envoyé par le compresseur dans les cylindres. L'air ambiant est refroidi par un échangeur air/air permettant d'augmenter la densité de l'air. L'utilisation d'air comprimé dans les cylindres fait diminuer l'énergie additionnelle à fournir afin d'atteindre la pression requise à l'auto-inflammation, conduisant à, une diminution des pertes de pompage et une augmentation de la quantité d'oxygène disponible pour la combustion. Le but est de réaliser la combustion la plus complète possible. Plus la quantité d'oxygène présente est élevée, plus il est permis d'injecter de carburant et plus grande est la puissance moteur. Ce mécanisme contribue à l'augmentation de la quantité d'air introduite dans le moteur et sa compression. Il permet également une augmentation de la puissance du moteur sans pour autant accroître son régime et sa cylindrée. Par conséquent, un effet de suralimentation est créé résultant du dépassement de pression d'air introduite dans le cylindre par rapport à la pression atmosphérique. Une combustion imparfaite est définie par un manque de chaleur dans le cylindre générant ainsi la formation de particules. En revanche, une très haute température dans la chambre de combustion favoriserait la composition de  $\text{NO}_x$  [Layerle *et al.* (2008)]. Pour le maintien de cette haute de température lors de la combustion dans le cylindre, deux solutions existent. Soit injecter moins de carburant dans le cylindre.

Toutefois, cette solution n'est pas optimale puisqu'elle ne permet pas au moteur d'apporter des réponses favorables aux demandes du conducteur. La seconde solution consiste à rajouter du gaz inerte pour la combustion dans le cylindre, grâce à la vanne EGR.

### III.2.5 Vanne de recyclage des gaz d'échappement

L'EGR est un système inventé au début des années 1970 qui a pour effet de diminuer la formation d'oxydes d'azote  $\text{NO}_x$ . Une fraction de gaz brûlés provenant du collecteur d'échappement est introduite dans le collecteur d'admission à travers la vanne EGR.

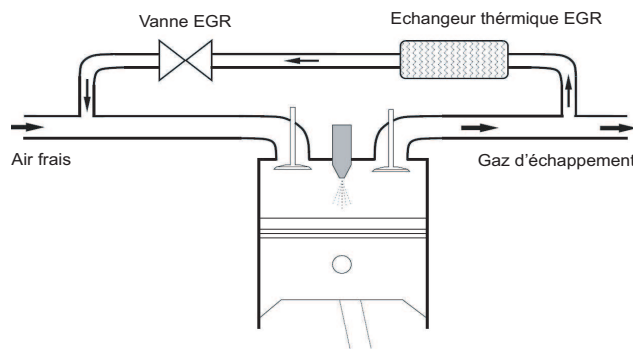


FIGURE III.5 – Représentation d'un circuit de recyclage externe des gaz d'échappement à haute pression (source : IFP Energies nouvelles)

Le principe consiste à réinjecter, via la vanne EGR, une quantité de gaz brûlés dans le circuit d'admission comme décrit par la figure III.5. Cela revient à récupérer une partie des gaz d'échappement et de les mélanger avec l'air du circuit d'admission. En diluant l'air frais et en remplaçant l'oxygène présent dans le collecteur d'admission par le dioxyde de carbone et la vapeur d'eau, les émissions de  $\text{NO}_x$  sont réduites. L'ouverture de la vanne EGR fait décroître la pression d'admission et le débit d'air frais à l'admission. Un excès de gaz recyclé abaisse considérablement la température dans la chambre de combustion et peut endommager le pot catalytique. Le contrôle de la vanne EGR permet de réduire la vitesse de la flamme grâce à l'effet de dilution dans la chambre de combustion. Dans [Zhaojie *et al.* (2011)], les auteurs ont montré qu'en diminuant la température de combustion, la vanne EGR réduit la formation de  $\text{NO}_x$ . Un échangeur thermique est utilisé pour refroidir les gaz brûlés.

### III.2.6 Turbocompresseur à géométrie variable

Le VGT constitue un organe principal du moteur à combustion interne. La turbine est placée sur la ligne des émissions de gaz d'échappement sortant du moteur. Le VGT est composé d'ailettes à orientations variables permettant de changer la section de passage des gaz d'échappement. A bas régime, les ailettes du VGT sont fermées. La section de passage d'air est donc réduite. La vitesse du turbocompresseur est alors augmentée et la pression de suralimentation est élevée. L'ouverture des ailettes provoque le comportement inverse.

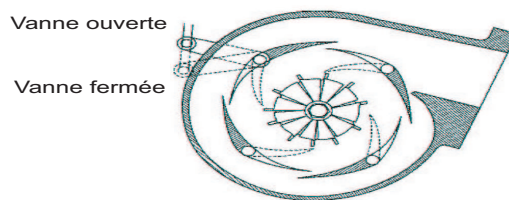


FIGURE III.6 – Position des ailettes du VGT (source : IFP Energies nouvelles)

Pour une quantité de carburant injectée et une vitesse considérées constantes, l'ouverture du VGT génère une baisse de la pression d'admission. Dès lors, le VGT évite l'emballement du moteur suite à une augmentation inattendue du débit d'alimentation en carburant. L'ouverture du VGT lorsque le débit de carburant est élevé se présente comme un très bon moyen d'économie de carburant. Ceci réduit les pertes de pompage de carburant associées principalement à une haute pression à l'échappement. Lorsque une quantité de carburant est injecté, le VGT est alors en position fermée aidant à maintenir un excellent rapport de pression à travers l'EGR, d'où une pression d'échappement élevée et donc une réduction des émissions en  $\text{NO}_x$ . La vanne EGR et le VGT sont commandés par un calculateur. En effet, lorsque la vanne EGR est presque fermée, l'ouverture du VGT mène à une augmentation du débit d'air et lorsque la vanne EGR est complètement ouverte, l'ouverture du VGT provoque un abaissement du débit d'air. Un état de l'art sur la modélisation à valeur moyenne du moteur Diesel fait l'objet de la section suivante. Le modèle considéré est appelé "orienté commande", car élaboré à partir des expressions mathématiques simplifiées du comportement du moteur, moins réalistes mais jugées suffisamment représentatives pour les besoins de la commande.

### III.3 Modèle de représentation du système DEAP

Dans la littérature, comme l'intérêt final est la commande par ordinateur numérique en temps réel du moteur Diesel, un modèle de connaissance adapté à la la synthèse de lois de commande, est choisi. Dans ce modèle à valeur moyenne [Kolmanovsky *et al.* (1997)], sont considérées la masse, la pression, la fraction des gaz brûlés dans les collecteurs et la puissance du turbocompresseur. Au total, ce modèle compte sept états. Les six états représentent la dynamique des gaz dans le collecteur d'admission et le collecteur d'échappement : les fractions de masse de gaz  $m_1$  et  $m_2$ , les pressions de gaz  $p_1$  et  $p_2$  et les fractions de gaz brûlés  $F_1$  et  $F_2$ . Les équations différentielles correspondantes sont obtenues sur la base des lois fondamentales de conservation de masse et d'énergie pour les deux collecteurs d'admission et d'échappement. Les équations du modèle sont écrites en fonction des différents débits en entrée et en sortie des cylindres. Pour les modèles à valeur moyenne, l'air et les gaz dans les deux collecteurs sont considérés comme des gaz parfaits. Par conséquent, les différentes équations sont écrites en se basant sur l'équation des gaz parfaits. Ainsi, les températures et les pressions sont supposées uniformes dans les deux collecteurs [Abidi *et al.* (2012)].

#### III.3.1 Collecteur d'admission

La dynamique propre à la pression d'admission s'exprime de la façon suivante :

$$\dot{p}_1 = k_1 \dot{m}_1 + \frac{\dot{T}_1}{T_1} p_1 \quad (\text{III.1})$$

avec

$$k_1 = \frac{RT_1}{V_1}$$

où  $p_1$ ,  $V_1$  et  $T_1$  représentent respectivement la pression de gaz, le volume et la température de l'air dans le collecteur d'admission.  $R$  est la constante des gaz parfaits. Sa valeur est égale à 287.

En utilisant la loi de conservation de la masse, nous pouvons calculer la variation de la masse des gaz dans le collecteur d'admission :

$$\dot{m}_1 = W_c + W_{egr} - W_e \quad (\text{III.2})$$

- Le débit d'air à travers le compresseur est donné par :

$$W_c = k_c \cdot \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\alpha - 1} \quad (\text{III.3})$$

avec  $k_c = \frac{\eta_c}{c_p T_a}$  et  $\alpha = \frac{c_p - c_v}{c_p}$ , où les variables  $\eta_c$ ,  $P_c$ ,  $T_a$  et  $p_a$  représentent respectivement le rendement isentropique du compresseur, la puissance du compresseur, la température ambiante et la pression ambiante.  $\alpha$  est une constante où  $c_p = 1067.4 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  et  $c_v = c_p - R$  sont les capacités thermiques massiques à pression constante et à volume constant.

- Dans [Heywood (1988)], l'expression du débit des gaz à travers la vanne EGR est obtenue à partir des équations de Barré St venant :

$$W_{egr} = C_d \frac{A_{egr}(x_{egr})}{\sqrt{RT_2}} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left[ P_r^{\frac{2}{\gamma}} - P_r^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right] p_2 \quad (\text{III.4})$$

avec  $P_r = \frac{p_2}{p_1}$ , où  $P_r$  est le rapport entre les deux pressions à l'échappement  $p_2$  et à l'admission  $p_1$ .  $C_d = 0.72$  est le coefficient de perte de charge.  $A_{egr}(x_{egr})$  est la surface effective qui permet le passage d'air au travers de la vanne EGR.  $T_2$  représente la température dans le collecteur d'échappement et  $\gamma = 1.4$  est le rapport des capacités thermiques.

- Le débit d'air aspiré par les cylindres est exprimé par la relation suivante :

$$W_e = K_e p_1 \quad (\text{III.5})$$

avec  $K_e = \frac{\eta_v N_m V_d}{120 T_1 R}$ , où  $\eta_v$ ,  $N_m$  et  $V_d$  représentent respectivement le rendement volumétrique, la cylindrée totale du moteur et la vitesse du moteur.

Le troisième état à l'admission est la fraction des gaz brûlés dans le collecteur d'admission.

Sa dynamique est exprimée par :

$$\dot{F}_1 = \frac{W_{egr}(F_2 - F_1) - W_c F_1}{m_1} \quad (\text{III.6})$$

où  $F_2$  est la fraction des gaz brûlés dans le collecteur d'échappement.

### III.3.2 Collecteur d'échappement

La même démarche de modélisation est effectuée pour ce second collecteur. La dynamique propre de sa pression d'admission s'exprime de la façon suivante :

$$\dot{p}_2 = K_2 \dot{m}_2 + \frac{\dot{T}_2}{T_2} p_2 \quad (\text{III.7})$$

avec  $K_2 = \frac{RT_2}{V_2}$  où  $V_2$  et  $T_2$  représentent respectivement le volume et la température de l'air dans le collecteur d'échappement.

En utilisant la loi de conservation de la masse, nous pouvons calculer la variation de la masse de gaz dans le collecteur d'échappement :

$$\dot{m}_2 = W_e - W_{egr} - W_{vgt} + W_f \quad (\text{III.8})$$

– Le débit des gaz à travers la turbine est donné par :

$$W_{vgt} = \left[ c \left( \frac{p_2}{p_a} - 1 \right) + d \right] \frac{p_2}{p_{ref}} \sqrt{\frac{p_{ref}}{T_2}} \sqrt{\frac{2p_a}{p_2} \left( 1 - \frac{p_a}{p_2} \right)} A_{vgt}(x_{vgt}) \quad (\text{III.9})$$

avec  $c = 0.4$  et  $d = 0.6$ .  $T_{ref}$  et  $p_{ref}$ , représentent respectivement la température ambiante et la pression ambiante.  $A_{vgt}(x_{vgt})$  est la surface effective fonction de la position de la VGT.

– L'expression du débit de carburant est donnée comme suit :

$$W_f = \frac{10^{-6}}{120} \cdot N_m \eta_{cyl} v_\delta \quad (\text{III.10})$$

où  $\eta_{cyl}$  est le nombre de cylindres du moteur et  $v_\delta$  représente la masse de carburant injecté en milligramme par cycle et par cylindre.

Le sixième état du DEAP est la fraction de gaz brûlés dans le collecteur d'échappement. Sa dynamique est exprimée par :

$$\dot{F}_2 = \frac{W_e \frac{[15.6(1-F_1) + (AFR+1)F_1]}{(AFR-1)} - W_e F_1}{m_1} \quad (\text{III.11})$$

où  $AFR$  est le rapport air/ carburant.

### III.3.3 Turbocompresseur

En utilisant la seconde loi de Newton, nous pouvons déterminer la dynamique de la vitesse de rotation du turbocompresseur (dynamique de l'arbre) comme suit :

$$\dot{\omega}_{tc} = \frac{1}{J_{tc}\omega_{tc}} (\eta_m P_t - P_c) \quad (\text{III.12})$$

où  $P_t$  est la puissance livrée par la turbine,  $P_c$  est la puissance consommée par le compresseur,  $J_{tc}$  représente le moment d'inertie du turbocompresseur et  $\eta_m$  représente le

rendement mécanique du turbocompresseur.

La variation de la puissance consommée par le turbocompresseur est donnée par :

$$\dot{P}_c = \frac{1}{\tau}(\eta_m P_t - P_c) \quad (\text{III.13})$$

avec  $P_t = \eta_t c_p T_2 \left(1 - \left(\frac{p_a}{p_2}\right)^\alpha\right) W_{vgt}$ ,  $\eta_t$  étant le rendement isentropique de la turbine et  $\tau$  représente la constante de temps du turbocompresseur.

La nomenclature des variables du modèle DEAP est donnée par le tableau III.1.

TABLE III.1 – Nomenclature des variables du modèle DEAP

Variables	Nom	Unités
$p_1$	Pression de gaz dans le collecteur d'admission	Bar
$p_2$	Pression de gaz dans le collecteur d'échappement	Bar
$P_c$	Puissance du compresseur	Watt
$P_t$	Puissance de la turbine	Watt
$W_c$	Débit d'air à travers le compresseur	Kg/s
$W_e$	Débit d'air aspiré par les cylindres	Kg/s
$W_{vgt}$	Débit de gaz à travers la turbine	Kg/s
$W_{egr}$	Débit de gaz recyclé provenant de l'EGR	Kg/s
$W_f$	Débit de carburant	Kg/s
$\eta_c$	Rendement isentropique du compresseur	-
$\eta_t$	Rendement isentropique de la turbine	-
$\eta_m$	Rendement mécanique du turbocompresseur	-
$T_a$	Température ambiante	K
$T_1$	Température dans le collecteur d'admission	K
$T_2$	Température dans le collecteur d'échappement	K

### III.3.4 Modèle orienté commande du système DEAP

Ce modèle initié et validé par [Kolmanovsky *et al.* (1997)] est constitué d'un couple d'équations à trois variables régissant l'admission et l'échappement du moteur Diesel (masse, pression et température) et d'une équation de la dynamique du turbocompresseur.



Dans [Kolmanovsky *et al.* (1997)], le principe de conservation de masse a été appliqué dans chaque collecteur, comme présenté précédemment, avec les hypothèses simplificatrices suivantes : les gaz sont considérés parfaits, les chaleurs spécifiques sont constantes et les transferts thermiques négligeables. Les rendements de la turbine  $\eta_t$  et du compresseur  $\eta_c$ , la constante de temps  $\tau$  et le rendement mécanique du turbocompresseur  $\eta_m$ , sont supposés constants, bien qu'ils varient en fonction des conditions de fonctionnement du moteur. Cette hypothèse fournit des simplifications et permet la reproduction de la dynamique du système. Les équations sont non linéaires et représentent des couplages entre les différentes variables d'état conduisant ainsi à un contrôle plus compliqué du moteur. Pour faciliter le calcul des algorithmes de commande, l'influence des termes  $\dot{T}_1$  et  $\dot{T}_2$  est négligé. Le débit de gaz brûlés  $W_{egr}$  et le débit de gaz à travers la turbine  $W_t$  représentent les entrées de commande du modèle. En fait, les entrées de commande se traduisent par l'ouverture normalisée de la vanne EGR et le positionnement des ailettes du VGT.

### III.3.5 Modélisation réduite du DEAP

Le modèle du DEAP introduit dans [Jankovich et Kolmanovsky (2000)] est un modèle d'ordre sept. Grâce aux hypothèses simplificatrices suivantes :

- les fractions des gaz brûlés dans les collecteurs d'admission et d'échappement,  $F_1$  et  $F_2$  sont difficiles à mesurer et par conséquent, ne sont pas considérées dans le modèle ;
- pour les mêmes raisons, les fractions de masses de gaz dans les collecteurs d'admission et d'échappement,  $m_1$  et  $m_2$ , ne sont pas considérées dans le modèle ;
- les dynamiques du turbocompresseur sont représentées comme une fonction de transfert du premier ordre avec une constante de temps  $\tau$  ;
- les capteurs mesurant la température dans les collecteurs d'admission et d'échappement sont lents et par conséquent les variations temporelles des mesures relevées sont négligées ;
- le débit du carburant  $W_f$  est considéré comme une perturbation et n'est pas pris en compte dans le modèle.

Un modèle réduit d'ordre 3 est obtenu :

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = k_1(W_c + W_{egr} - k_e p_1) + \frac{\dot{T}_1}{T_1} p_1 \\ \dot{p}_2 = k_2(k_e p_1 - W_{egr} - W_{vgt} + W_f) + \frac{\dot{T}_2}{T_2} p_2 \\ \dot{P}_c = \frac{1}{\tau}(\eta_m P_t - P_c) \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

où le débit du compresseur (respectivement de la turbine) est lié à sa puissance (respectivement la puissance de la turbine) par la relation suivante :

$$W_c = P_c \frac{k_c}{p_1^\alpha - 1} \quad \text{et} \quad P_t = k_t(1 - p_2^{-\alpha})W_{vgt} \quad (\text{III.15})$$

avec  $k_c = \frac{\eta_c}{c_p T_a}$  et  $k_t = \eta_t c_p T_2$ .

A partir de cette modélisation, plusieurs techniques de commandes ont été élaborées dans le but de les appliquer pour le contrôle du système DEAP. Un état de l'art des lois de commande développées pour le contrôle du moteur Diesel est présenté dans la section suivante.

## III.4 État de l'art sur les lois de commande pour le contrôle moteur

Le principe de contrôle du moteur Diesel est donné par la figure III.7.

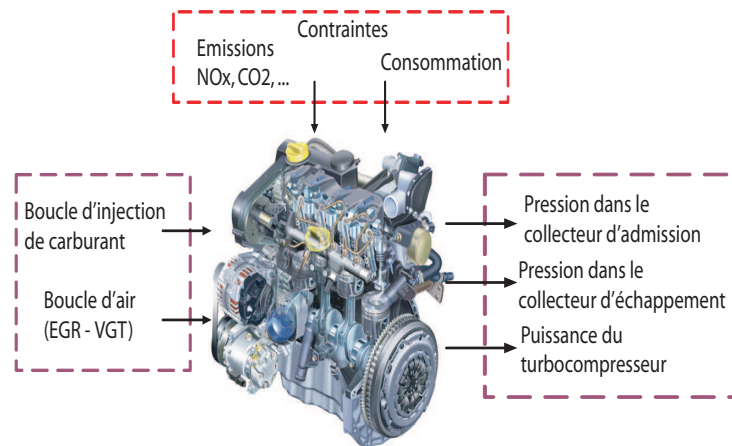


FIGURE III.7 – Principe de contrôle du moteur Diesel

Quatres actionneurs existent dans le moteur Diesel, permettant le contrôle du circuit d'air. Ces actionneurs sont : la vanne EGR pour le recyclage des gaz brûlés, la vanne

VGT, l'injecteur du carburant et le papillon motorisé. Les moteurs Diesel sont équipés également de capteurs de pression pour les deux collecteurs d'admission et d'échappement et du débit massique du compresseur [Abidi (2014)]. Ces dernières sont calculées analytiquement en fonction des valeurs optimales de la richesse et du taux d'EGR aux points de fonctionnement donnés. Les valeurs optimales sont cartographiées à partir des valeurs expérimentales en fonction du régime moteur et du débit de carburant. Dans ce qui suit, nous exposons quelques techniques de synthèse de lois de commande pour le système DEAP.

### III.4.1 Commande par modes glissants

La commande par modes glissants (en anglais, sliding mode) est dite à structures variables. Ce contrôleur change de structure en fonction de l'entrée. Le but de cette technique est de respecter les contraintes liées à l'évolution du système, à l'aide d'une commande discontinue. Cela revient à étudier le système sur une surface de glissement, en un temps fini, sachant que le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées. Dans [Young et Ozguner (1999)], les principes de base sont expliqués. La commande par modes glissants est robuste vis-à-vis d'une certaine classe de perturbations. Néanmoins, cette commande présente quelques inconvénients tels que le phénomène de chattering qui correspond à des oscillations du système à hautes fréquences autour de la surface de glissement. Dans [Moskwa (1993)], l'auteur propose la synthèse d'une commande par modes glissants pour le contrôle du papillon et de l'étincelle d'allumage. L'objectif est la poursuite d'une trajectoire désirée liée au couple et au régime moteur, limitant ainsi les rejets moteur. Dans [Kao et Moskwa (1995)], une commande par modes glissants est proposée pour le suivi de trajectoire de la vitesse du moteur Diesel. Un observateur à modes glissants est décrit pour l'estimation de la pression cylindre et le taux de la masse de carburant brûlée. Dans [Utkin et Chang (2002)], cette technique de commande a été également exploitée pour le contrôle du système DEAP. Les auteurs ont travaillé sur la régulation de la pression d'admission et d'échappement et la puissance turbocompresseur par l'intégration d'une variable virtuelle vouée à compenser les zéros instables. Dans [Ndoye *et al.* (2013)], un système de commande par modes glissants est proposé pour le contrôle du système DEAP. Le contrôleur étudié a été testé sur le modèle réduit d'ordre 3 de Jankovic. Dans

[Guermouche *et al.* (2013)], les auteurs proposent une commande par modes glissants (en anglais, Super-Twisting Algorithm ou STA) pour le système DEAP dans le but de réaliser un système tolérant aux défauts. Les résultats obtenus lors de la comparaison avec le contrôleur adaptatif par modes glissants (en anglais, Adaptive Sliding Mode Controller ou ASMC), ont montré de bonnes performances du point de vue accommodation de défauts actionneurs, même en présence des incertitudes sur les paramètres du modèle.

### III.4.2 Commande optimale

Cette commande se base sur la minimisation d'un critère quadratique visant à atteindre les différents objectifs de contrôle pondéré. Des équations de Riccati sont résolues pour obtenir l'optimisation. La commande optimale répond aux exigences suivantes : la poursuite d'une trajectoire désirée et la satisfaction de contraintes pré-définies. Dans [Stefanopoulou *et al.* (2000)], l'application de la commande optimale sur le turbocompresseur permet d'augmenter les performances d'accélération du système, de diminuer les quantités de polluants rejetées et de réduire la consommation de carburant. Cette loi de commande optimale est implémentée sous forme d'optimisation d'une fonction coût. Le critère quadratique sert à minimiser la quantité de polluants émis. Néanmoins, le LQR est limité par son insuffisance face aux erreurs de modélisation. Le second régulateur est appelé en anglais Linear Quadratic Gaussian (LQG). Dans [Stefanopoulou *et al.* (2000)] et [Fredriksson et Egardt (2001)], ces deux techniques ont été appliquées au domaine de l'automobile pour commander le VGT dans le but d'atténuer l'émission de polluants.

#### III.4.2.1 Commande robuste

La commande robuste assure la stabilité de la boucle fermée et réduit la sensibilité de sa structure, à des variations paramétriques et des perturbations affectant le système. La commande robuste est présentée comme une bonne solution de contrôle pour les modèles du moteur ayant des incertitudes paramétriques. Dans [Djemili *et al.* (2012c)], une stratégie de contrôle basée sur un modèle récuratif, garantissant une atténuation  $L_2$  du transfert des perturbations vers l'erreur de poursuite, est exposée. Dans [Djemili *et al.* (2012b)], un observateur non linéaire à entrées inconnues est conçu pour un modèle T-S représentatif

du système DEAP. Cet observateur est utilisé pour estimer le débit massique de fuite dans le circuit d'admission d'air.

#### III.4.2.2 Commande prédictive

La commande prédictive est également l'une des techniques exploitées pour le contrôle du Système DEAP. Cette commande offre la possibilité d'estimer la sortie du système par prédiction tout en optimisant l'erreur de suivi de trajectoires aux instants futurs. En fait, le prédicteur est un contrôleur basé sur un modèle représentatif du système, dit modèle de prédiction. L'optimisation est effectuée en minimisant une fonction coût afin d'obtenir une poursuite optimale de la trajectoire de référence prédéfinie. Dans les travaux de [Pfeifer *et al.* (2004)], la commande prédictive a été appliquée pour réguler la pression de suralimentation et le taux d'EGR. Les deux actionneurs considérés sont la vanne EGR et le VGT. Pour la prédiction, un système linéaire discret est utilisé. Les résultats obtenus montrent une forte atténuation des oscillations sur le taux d'EGR et la pression de suralimentation. Pour l'ensemble des points de fonctionnement du moteur (régime moteur et quantité de carburant), il est nécessaire de calculer de nouveau les paramètres du moteur lors d'un passage d'un point de fonctionnement à un autre. Cela revient à exploiter le modèle interne du moteur, vis à vis des non linéarités régissant le circuit d'air. Dans [Chen et Patton (1999)], il est montré qu'en régime dynamique, la commande prédictive permet l'obtention d'excellentes performances du point de vue temps de montée, dépassement et précision. Rappelons que la synthèse de ce type de commande est basée sur un modèle qui représente le comportement dynamique du procédé. La méthode d'identification la plus utilisée est celle des moindres carrés récursif (RLS) [Pfeifer *et al.* (2004)]. Dans [Herceg *et al.* (2006)], la commande prédictive a été employée pour atteindre ces mêmes objectifs. A l'aide des vannes EGR et VGT, les deux états à contrôler sont la pression d'admission et le débit d'air d'admission. Dans des travaux précédents [Ortner et del Re (2007)] et [Langthaler et del Re (2008)], les auteurs utilisent la MPC pour le contrôle du système DEAP par emploi d'une méthode explicite pour les systèmes sous contraintes. Une solution pour le contrôle par retour d'état est déterminée hors ligne. Cette solution est stockée dans des tableaux pour la sélection en ligne du contrôleur. De plus, Layerle et al publient dans [Layerle *et al.* (2008)], la synthèse d'un

contrôleur prédictif reconfigurable pour le système DEAP. Dans [Dabo *et al.* (2008)], les auteurs s'engagent dans une étude comparative sur un contrôleur prédictif généralisé non linéaire à temps continu ne tenant pas compte des contraintes. La stabilité asymptotique est aussi étudiée pour le problème de poursuite du système DEAP.

### III.4.3 Réseaux de neurones

Les réseaux de neurones sont considérés à des fins de modélisation adaptative pour les systèmes non linéaires. La modélisation des systèmes linéaires et non linéaires avec l'utilisation des réseaux de neurones ne nécessite pas la maîtrise du comportement du système. Cette modélisation est qualifiée de boîte noire car les paramètres des modèles résultants n'ont pas de signification physique. Dans [Moraal et Kolmanovsky (1999)], les auteurs ont proposé une modélisation par réseaux de neurones des caractéristiques du débit fortement non linéaire d'un turbocompresseur à géométrie variable.

### III.4.4 Commande par logique floue

La logique floue est basée sur la définition du degré d'appartenance de chaque entrée à un ensemble. Des règles logiques sont ensuite appliquées. L'avantage est que cette technique permet de traduire des commandes complexes en un ensemble de règles linguistiques simples. En exploitant la base de connaissances, ces règles peuvent décrire avec une précision significative le comportement du procédé. Dans [Deacon *et al.* (1999)], les auteurs emploient la commande par logique floue pour une application en contrôle moteur : supervision des émissions. Dans [Wijetunge (2001)], l'auteur propose une loi de commande par logique floue dans le but d'une régulation du débit d'air et de la pression de suralimentation par les contrôleurs EGR et VGT.

La partie suivante est dédiée à l'application de la stratégie de reconfiguration de la commande du système DEAP que nous avons appelée FMPC.

### III.5 FTC proposé pour le système DEAP

Comme indiqué précédemment, les moteurs Diesel sont des systèmes d'entraînement des plus populaires en raison de leur faible consommation et leur fiabilité. En contre partie, le moteur Diesel est compté parmi les systèmes fortement polluants en raison d'un haut niveau d'émission de  $\text{NO}_x$ . En raison du coût élevé du système de post-traitement utilisé pour la réduction des émissions, il est préférable d'atténuer la formation de ces polluants à la source, c'est à dire durant la combustion. Pour réduire les émissions des  $\text{NO}_x$  produites par le moteur Diesel, le moyen le plus utilisé grâce à son efficacité est la vanne EGR. Pour y arriver, nous proposons dans cette partie d'améliorer le diagnostic et le contrôle du système DEAP. Dans la littérature, deux actionneurs sont considérés : la vanne EGR et la VGT. L'objectif est le contrôle de la pression dans le collecteur d'échappement et du débit d'air à travers le compresseur à l'aide de la vanne EGR et le VGT.

#### III.5.1 Problème de contrôle du DEAP

La figure III.8 met en évidence les différentes parties du circuit d'air comprenant les échangeurs de chaleur (Refroidisseur intermédiaire et refroidisseur EGR) permettant de faire baisser la température dans le collecteur d'admission.

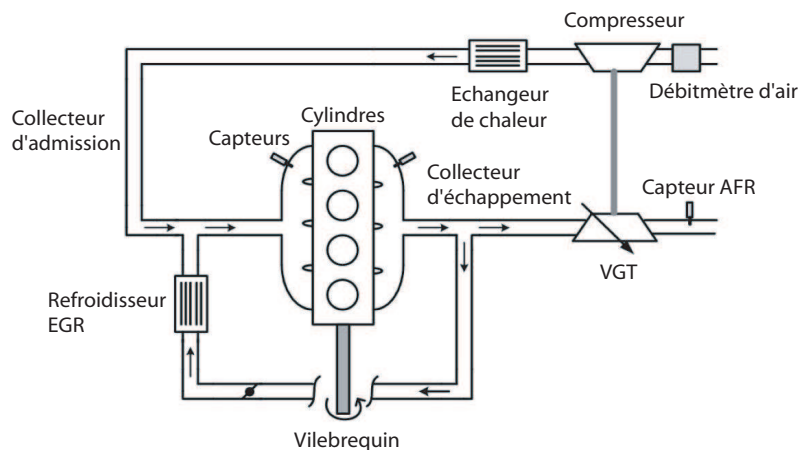


FIGURE III.8 – Schéma du circuit d'air [Djemili *et al.* (2012a)]

Le contrôle moteur doit permettre à ce dernier de fournir le couple demandé par le conducteur en prenant en compte les contraintes sur les émissions. En se basant sur les

informations fournies par les capteurs et les observateurs, le contrôleur commande et les ouvertures des vannes EGR et VGT. Un problème de suivi de consignes est à résoudre afin d'assurer un fonctionnement satisfaisant du moteur. Le schéma de principe d'un contrôle du système DEAP est donné par la figure III.7.

### III.5.2 Modélisation du système DEAP pour un contrôle T-S

Récemment dans [Djemili *et al.* (2012a)], une architecture de la stratégie FTC basée sur un modèle T-S a été proposée pour le circuit d'air intégrant l'estimation d'état, l'identification d'une fuite et le calcul du gain de retour d'état pour garantir la stabilisation du système en défaut. Dans [Abidi *et al.* (2012)], Abidi et al proposent une stratégie de contrôle basée sur un modèle T-S du système DEAP menant à une amélioration du modèle de représentation.

Dans cette section, le comportement du système DEAP est décrit par l'approche floue T-S. Les lois de commande sont synthétisées en se basant sur le modèle T-S du système DEAP. L'algorithme proposé est issu de la MPC et des observateurs T-S basés sur des VPNM. De nouvelles conditions suffisantes mais non nécessaires pour l'existence d'un FTC robuste sont établies en termes de LMIs sous contraintes. L'étude de la stabilité est également proposée dans le cas de présence d'une fuite au niveau du circuit d'air. Lorsque la fuite apparaît, l'objectif principal est de conserver la stabilité et les performances du système DEAP obtenues par poursuite de trajectoires de référence en tolérant les défauts.

#### III.5.2.1 Représentation d'état affine en la commande du système DEAP

Le DEAP considéré est un système MIMO dont les états sont la pression de gaz dans le collecteur d'admission  $p_1$ , la pression de gaz dans le collecteur d'échappement  $p_2$  et la puissance du compresseur  $P_c$ . L'air entrant mesuré par un débitmètre d'air passe à travers le compresseur pour entrer dans le collecteur d'admission et ensuite dans les cylindres où le carburant est injecté et brûlé, produisant ainsi un couple sur le vilebrequin. Depuis le collecteur d'échappement à travers la turbine, une partie des gaz d'échappement chaud est pompée. L'autre partie est recyclée une nouvelle fois dans le collecteur d'admission à travers la vanne EGR. Le DEAP a trois entrées de commande : La vanne EGR, la



VGT et l'injecteur de carburant. La vitesse du moteur peut être aussi considérée comme une entrée. La vitesse étant considérée constante dans ces travaux de recherche, le débit massique d'alimentation en carburant est alors négligé. Le débit d'alimentation en carburant  $W_f(t)$  est considéré comme une perturbation externe et ne sera pas pris en compte dans la synthèse de la loi de commande. Par conséquent, le modèle suivant du DEAP est considéré :

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -k_1 k_e p_1(t) + \frac{k_1 k_c}{p_1(t)^\alpha - 1} P_c(t) + k_1 W_{egr}(t) \\ \dot{p}_2(t) = k_2 k_e p_1(t) - k_2 W_{egr}(t) - k_2 W_{vgt}(t) \\ \dot{P}_c(t) = \frac{-P_c(t)}{\tau} + K_0(1 - p_2(t)^{-\alpha}) W_{vgt}(t) \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

avec  $K_0 = \frac{\eta_m}{\tau} k_t$ .

Les variables de prémisses choisies sont données par les fonctions non linéaires suivantes :

$$\theta_1(p_1(t)) = \frac{1}{p_1(t)^\alpha - 1} \quad \text{et} \quad \theta_2(p_2(t)) = 1 - p_2(t)^{-\alpha} \quad (\text{III.17})$$

avec  $\alpha = 0.268$ .

Le modèle (III.16) peut s'exprimer sous la forme suivante affine en la commande :

$$\dot{x}(t) = h(x(t)) + g_1(x(t))u_1(t) + g_2(x(t))u_2(t) \quad (\text{III.18})$$

Les signaux de commande considérés sont les débits massiques  $u_1(t) = W_{egr}(t)$  et  $u_2(t) = W_{vgt}(t) = W_t(t)$ , avec  $x(t) = (p_1(t), p_2(t), P_c(t))^T$  et :

$$h(x(t)) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e x_1(t) + k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) x_3(t) \\ -k_2 k_e x_1(t) \\ \frac{-x_3(t)}{\tau} \end{bmatrix} \quad (\text{III.19})$$

$$g_1(x(t)) = \begin{bmatrix} k_1 \\ -k_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g_2(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_2 \\ K_0 \theta_2(x_2(t)) \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Les sorties du modèle sont le débit d'air à travers le compresseur  $W_c = k_c \cdot \frac{P_c}{\left(\frac{p_1}{p_a}\right)^\alpha - 1}$  et la pression dans le collecteur d'échappement  $p_2(t)$ .

Dans [Jankovich et Kolmanovsky (2000)], les paramètres  $(k_1, k_2, k_c, k_e, k_t, \eta_m, \tau)$  du modèle DEAP sont identifiés sous des conditions d'état stationnaire (régime permanent), où la

vitesse du moteur et le taux d'alimentation en carburant sont constants. Les différents paramètres sont pris à valeur moyenne. Dans le même travail, l'ensemble d'appartenance  $\Omega$  est invariant et défini par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_{DEAP} = x(t) = (p_1(t), p_2(t), P_c(t))^T : 1 < p_1(t) < p_1^{\max}, \\ 1 < p_2(t) < p_2^{\max}, 0 < P_c(t) < P_c^{\max} \end{array} \right\}$$

où  $x(t) \in \Omega_{DEAP}, \forall t \geq t_0$ .

### III.5.2.2 Description T-S du DEAP

Le but étant la commande du moteur Diesel, il est donc judicieux d'utiliser des modèles représentant au mieux le comportement dynamique de ce système. Néanmoins, celui-ci est un système complexe fortement non linéaire due à la complexité de ses actionneurs. Dans [Tanaka *et al.* (1998)], l'approche T-S est utilisée pour la modélisation, la commande et la stabilisation de systèmes complexes. Dans [Lauber *et al.* (2006)], [Djemili *et al.* (2012a)], [Abidi *et al.* (2012)] et [Abidi (2014)], des modèles T-S ont été proposés pour décrire le comportement dynamique du système DEAP. Cette modélisation est employée dans nos travaux [Ben Hamouda *et al.* (2016)] et [Ben Hamouda *et al.* (2015)] dans un objectif de synthèse de lois de commande. La commande T-S constitue l'une des techniques de commande non linéaires récemment proposées sans perte d'information comme démontré dans [Uppal *et al.* (2006)], [Orjuela *et al.* (2006)], [Orjuela (2008)] et [Nagy *et al.* (2010)]. Le modèle T-S donné par (I.12) est considéré :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta(t)) C_i x(t) \end{array} \right.$$

Le modèle considéré est donné par (III.16). Les variables de prémisses sont supposées bornées telles que :

$$\forall i \in \{1, 2\}, \underline{\theta}_i \leq \theta_i(t) \leq \bar{\theta}_i \quad (\text{III.21})$$

Vu qu'il y a deux variables de prémisses (fonctions non linéaires  $\theta_1$  et  $\theta_2$ ), il y a donc quatre sous-modèles.

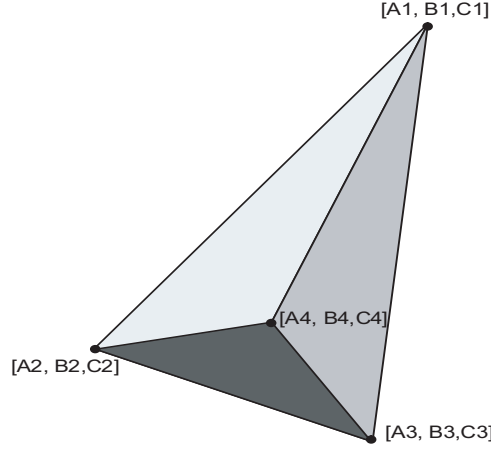


FIGURE III.9 – Espace polytopique avec quatre sommets

Comme première étape de l'approche par secteur non linéaire, il convient d'écrire le modèle (III.16) sous la forme quasi-LPV donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\theta_1(x_1(t)))x(t) + B(\theta_2(x_2(t)))u(t) \\ y(t) = C(\theta_1(x_1(t)))x(t) \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

En choisissant les fonctions non linéaire (telles que) données par (III.17) :

$$\theta_1(x_1(t)) = \frac{1}{x_1(t)^\alpha - 1} \quad \text{et} \quad \theta_2(x_2(t)) = 1 - x_2(t)^{-\alpha} \quad (\text{III.23})$$

nous obtenons le modèle quasi-LPV suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1(t)) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2(x_2(t)) \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1(x_1(t)) \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

La seconde étape consiste à appliquer la transformation polytopique convexe, présentée dans le premier chapitre, à chaque variable de prémisse  $\theta_i(x(t))$ , pour  $i = 1, 2$ . Nous réalisons ensuite pour chacune des variables de prémisse, une partition en deux zones pour obtenir :

$$\theta_1(x_1) = \bar{F}_1(\theta_1(x_1))\bar{\theta}_1 + \underline{F}_1(\theta_1(x_1))\underline{\theta}_1 \quad (\text{III.25})$$

$$\theta_2(x_2) = \bar{F}_2(\theta_2(x_2))\bar{\theta}_2 + \underline{F}_2(\theta_2(x_2))\underline{\theta}_2 \quad (\text{III.26})$$

où :

$$\begin{cases} \bar{F}_1(\theta_1(x_1)) = \frac{\frac{1}{x_1^\alpha - 1} - \theta_1}{\bar{\theta}_1 - \theta_1} \\ F_1(\theta_1(x_1)) = \frac{\bar{\theta}_1 - \frac{1}{x_1^\alpha - 1}}{\bar{\theta}_1 - \theta_1} \\ \bar{F}_2(\theta_2(x_2)) = \frac{(1 - x_2^{-\alpha}) - \theta_2}{\bar{\theta}_2 - \theta_2} \\ F_2(\theta_2(x_2)) = \frac{\bar{\theta}_2 - (1 - x_2^{-\alpha})}{\bar{\theta}_2 - \theta_2} \end{cases} \quad (\text{III.27})$$

telles que :

$$\bar{\theta}_i = \max_x \{\theta_i(x(t))\} \text{ et } \underline{\theta}_i = \min_x \{\theta_i(x(t))\}, \forall i = 1, 2 \quad (\text{III.28})$$

Il est important de signaler que la variable de prémisse  $\theta_1(t)$  (respectivement  $\theta_2(t)$ ) n'intervient que dans la matrice d'état  $A$  (respectivement matrice de commande  $B$ ). Afin de déterminer les matrices  $A_i$  et  $B_i$ , une vérification doit être effectuée à partir des matrices sommets du polytope. Pour cela, nous partons de l'expression de  $A$  définie précédemment dans le système (III.24) :

$$A(\theta_1(x_1)) = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Compte tenu que la somme des fonctions de partition  $\bar{F}_2(x_2)$  et  $F_2(x_2)$  est égale à 1, nous pouvons écrire :

$$A(\theta_1(x_1)) = \bar{F}_2(x_2) \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} + F_2(x_2) \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Enfin, nous multiplions le résultat de l'expression (III.25) par la somme des fonctions de partition  $\bar{F}_1(x_1) + F_1(x_1)$  :

$$A(\theta_1(x_1)) = \left[ \bar{F}_1(x_1) + F_1(x_1) \right] \left\{ \bar{F}_2(x_2) \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} + F_2(x_2) \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1(x_1) \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \right\} \quad (\text{III.31})$$

Nous obtenons ce qui suit :

$$\begin{aligned}
 A(\theta_1(x_1)) = & \underbrace{\bar{F}_2(x)\bar{F}_1(x)}_{\mu_1(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1k_e & 0 & k_1k_c\bar{\theta}_1 \\ k_2k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}}_{A_1} + \underbrace{\bar{F}_2(x)F_1(x)}_{\mu_3(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1k_e & 0 & k_1k_c\theta_1 \\ k_2k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}}_{A_3} \\
 & + \underbrace{F_2(x)\bar{F}_1(x)}_{\mu_2(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1k_e & 0 & k_1k_c\bar{\theta}_1 \\ k_2k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}}_{A_2} + \underbrace{F_2(x)F_1(x)}_{\mu_4(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1k_e & 0 & k_1k_c\theta_1 \\ k_2k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}}_{A_4}
 \end{aligned} \tag{III.32}$$

De même, pour la matrice de commande  $B(\theta_2(x_2))$  :

$$B(\theta_2(x_2)) = \left[ \bar{F}_1(x_1) + F_1(x_1) \right] \left\{ \bar{F}_2(x_2) \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\bar{\theta}_2 \end{bmatrix} + F_2(x_2) \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\theta_2 \end{bmatrix} \right\} \tag{III.33}$$

Comme résultat, nous avons :

$$\begin{aligned}
 B(\theta_2(x_2)) = & \underbrace{\mu_1(x) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\bar{\theta}_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}}_{B_1} + \underbrace{\mu_3(x) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\theta_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}}_{B_3} \\
 & + \underbrace{\mu_2(x) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\theta_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}}_{B_2} + \underbrace{\mu_4(x) \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0\theta_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}}_{B_4}
 \end{aligned} \tag{III.34}$$

Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned}
 A(\theta_1) &= \sum_{i=1}^4 \mu_i(t) A_i \\
 B(\theta_2) &= \sum_{i=1}^4 \mu_i(t) B_i \\
 C(\theta_1) &= \sum_{i=1}^4 \mu_i(t) C_i
 \end{aligned} \tag{III.35}$$

Le modèle T-S (I.12) est obtenu par utilisation de l'approche par secteur non linéaire, où les matrices constantes sont données par :

$$\begin{aligned}
 A_{i=\{1,2\}} &= \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \bar{\theta}_1 \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix}, \quad A_{i=\{3,4\}} = \begin{bmatrix} -k_1 k_e & 0 & k_1 k_c \theta_1 \\ k_2 k_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-1}{\tau} \end{bmatrix} \\
 B_{i=\{1,3\}} &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \bar{\theta}_2 \end{bmatrix}; \quad B_{i=\{2,4\}} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 \\ 0 & K_0 \theta_2 \end{bmatrix} \\
 C_{i=\{1,2\}} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \bar{\theta}_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad C_{i=\{3,4\}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & k_c \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Le tableau III.2 de partitionnement des variables de prémisse pour un modèle T-S à 2 variables de prémisse et deux partitions pour chaque variable est donné pour le calcul des fonctions d'activation.

TABLE III.2 – Tableau de partitionnement des variables de prémisse

Sous-modèles	$\sigma$	$A_i$	$B_i$	$\mu_i$
1	(1, 1)	$A(\theta_{1,1})$	$B(\theta_{2,1})$	$F_{1,1}(\theta_1)F_{2,1}(\theta_2)$
2	(1, 2)	$A(\theta_{1,1})$	$B(\theta_{2,2})$	$F_{1,1}(\theta_1)F_{2,2}(\theta_2)$
3	(2, 1)	$A(\theta_{1,2})$	$B(\theta_{2,1})$	$F_{1,2}(\theta_1)F_{2,1}(\theta_2)$
4	(2, 2)	$A(\theta_{1,2})$	$B(\theta_{2,2})$	$F_{1,2}(\theta_1)F_{2,2}(\theta_2)$

Le vecteur d'indices  $\sigma_i = (\sigma_i^1, \sigma_i^2)$  indique la correspondance avec l'indice du sous-modèle :

$$i = 1 + 2^1(\sigma_i^1 - 1) + 2^0(\sigma_i^2 - 1), \text{ pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{III.36})$$

### III.5.2.3 Modélisation du système DEAP en présence d'une fuite d'air

En présence d'une fuite dans le circuit d'admission d'air, une chute de pression dans les cylindres peut être provoquée ainsi qu'une diminution du rapport air/carburant. En résultat, ceci se traduit par une perte de puissance et une augmentation des émissions.

Dans ce contexte, il est important d'estimer le débit d'écoulement provoqué par la fuite et de proposer des commandes tolérantes aux défauts. La nouvelle stratégie proposée doit garantir le maintien de la pression dans le collecteur d'admission autour des références données et préserver les conditions de stabilité en présence de la fuite.

Le modèle de [Jankovich et Kolmanovsky (2000)] du système DEAP en présence d'une fuite d'air au niveau du collecteur d'admission est le suivant [Djemili (2012)] :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -k_1 k_e x_1(t) + \frac{k_1 k_e}{x_1(t)^{\alpha-1}} x_3(t) + k_1 u_1(t) - \beta f(t) \\ \dot{x}_2(t) = k_2 k_e x_1(t) - k_2 u_1(t) - k_2 u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) = \frac{-x_3(t)}{\tau} + K_0(1 - x_2(t)^{-\alpha}) u_2(t) \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

où  $f \in \mathbb{R}^f$  est le signal de défaut qui représente le débit massique de la fuite à travers une section [Ben Hamouda *et al.* (2016)] et [Ben Hamouda *et al.* (2015)] :

$$f(t) = \begin{cases} 0, & t < 25 \text{ s} \\ 0.05 \text{ kg/s}, & t \geq 25 \text{ s} \end{cases}$$

avec  $\dot{f}(t) = 0$ .

En considérant un orifice de fuite au niveau du collecteur d'admission, le modèle T-S décrit par (I.12) devient :

$$\begin{cases} \dot{x}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) (A_i x_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i f(t)) \\ y_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\theta_f) C_i x_f(t) \end{cases} \quad (\text{III.38})$$

où  $E_a^i$  est la matrice de défaut avec des dimensions appropriées :

$$E_a^i = \begin{bmatrix} -\beta & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \text{ pour } i = 1, \dots, 4$$

Dans la partie suivante, un contrôleur T-S est proposé pour le système non linéaire DEAP en présence d'une fuite d'air dans le collecteur d'admission et d'un défaut capteur. Le défaut peut être provoqué par le capteur mesurant la pression dans le collecteur d'échappement.

### III.5.3 Commande prédictive à base de modèles T-S

#### III.5.3.1 Structure de la stratégie de contrôle proposée

La structure de la stratégie FTC II.39 proposée dans le deuxième chapitre est appliquée au système DEAP comme donnée dans la figure III.10. Dans [Ben Hamouda *et al.* (2016)], la contribution principale de mes travaux de recherche est la synthèse d'un AFTC basée sur la combinaison d'une loi de commande PDC et de la MPC où l'aspect T-S flou utilise les VPNM. La stratégie fait appel aux observateurs T-S pour estimer simultanément les états du système DEAP et les défauts.

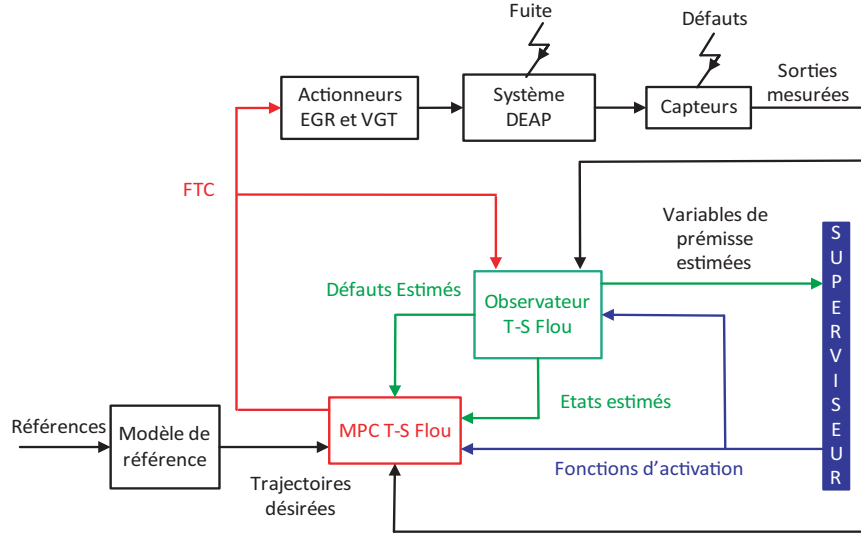


FIGURE III.10 – Structure de la stratégie FTC proposée pour le système DEAP [Ben Hamouda *et al.* (2016)]

Le  $j^{\text{ème}}$  signal de commande généré en fonctionnement nominal est donné par la relation (II.30), comme indiqué dans le second chapitre :

$$\begin{cases} u_i(k+l|k) = -K_i (\hat{x}(k+l|k) - x(k+l|k)) - K_I^i x_I(k+l|k) + q_i, \\ l = 0, \dots, H_u - 1 \text{ et } i = 1, \dots, N \end{cases}$$

La stratégie proposée doit maintenir la poursuite des trajectoires désirées et préserver les conditions de stabilité en présence de défauts. Dans ce qui suit, la stratégie FMPC pour le système DEAP est présentée et les résultats de simulation sont exposés.



### III.5.3.2 FMPC proposée pour le système DEAP

La stratégie donnée par la figure III.10 est proposée pour déterminer le signal de commande  $u_f(t)$  de telle sorte que :

- le système en boucle fermée soit stable,
- l'état du système en défaut  $x_f(t)$  converge asymptotiquement vers l'état de référence.

En présence de défauts, les VPNM dépendent du vecteur d'état estimé et la loi de commande T-S est basée sur les variables de prémisse estimées. Les fonctions d'activation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  sont définies par la relation (II.27) comme indiqué précédemment. La stratégie de FTC donnée par l'équation (II.40) est ensuite exploitée :

$$u_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( -\hat{f}(t) - K_i (\hat{x}_f(t) - x(t)) + u(t) \right)$$

où  $u(t)$  représente l'entrée de contrôle dans le cas nominal donné par (II.30). Le modèle de Jankovic utilisé dans nos travaux décrit l'évolution de trois variables d'états : la pression dans le collecteur d'admission, celle du collecteur d'échappement et la puissance du turbocompresseur. Certains paramètres du modèle sont non mesurables. Un observateur permet d'avoir une estimation de la puissance du turbocompresseur qui est une grandeur non mesurable [Abidi *et al.* (2012)].

Des observateurs T-S sont élaborés pour l'estimation des états et des défauts. Pour estimer simultanément  $x_f(t)$  et  $f(t)$ , la représentation des observateurs T-S donné par (II.41) est utilisé pour le système (II.32) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_f(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( A_i \hat{x}_f(t) + B_i u_f(t) + E_a^i \hat{f}(t) + L_i (y_f - \hat{y}_f) \right) \\ \hat{f}(t) = \sum_{i=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \left( G_i C_i (x_f - \hat{x}_f(t)) + G_i E_s^i (f - \hat{f}(t)) \right) \end{cases}$$

Le système augmenté de la dynamique d'erreur, contenant la dynamique de l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et celle de défaut  $f(t) - \hat{f}(t)$  est donné par (II.42). L'erreur de poursuite  $e_p(t) = x(t) - x_f(t)$  est exprimée par (II.43). Le système d'erreur étendu  $\tilde{e}(t)$ , contenant l'erreur de poursuite  $e_p(t)$ , l'erreur d'estimation d'état  $x_f(t) - \hat{x}_f(t)$  et l'erreur d'estimation de défaut  $f(t) - \hat{f}(t)$ , est donné par (II.44) :

$$\dot{\tilde{e}}(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\hat{\theta}_f) \mu_j(\theta_f) \tilde{A}_{ij} \tilde{e}(t) + \Gamma \Delta(t)$$

En considérant l'hypothèse II.4.1, l'analyse de stabilité du système (II.44), assurant les performance de poursuite sous la norme  $L_2$ , permet d'introduire le Théorème II.4.2.

### III.5.3.3 Résultats de simulation

La quantité de carburant injectée est de 1.8 g/s. Le moteur est considéré tourner à 1800 tr/mn. Les paramètres du système DEAP considérés dans les simulations numériques sont donnés dans le tableau III.3.

TABLE III.3 – Les valeurs numériques des paramètres du système DEAP

Paramètre	Valeur
$k_1$	31.2500
$k_2$	333.2000
$k_c$	0.0026
$k_t$	388.9474
$k_e$	0.0945
$\tau$	0.300
$\eta_m$	0.95
$\alpha$	0.2850
$K_0$	$1.2317 \cdot 10^3$

Ces valeurs numériques ont été obtenues au cours d'une phase d'identification exposé dans [Jankovich et Kolmanovsky (2000)] et [Abidi *et al.* (2012)]. Pour ce moteur, il est admis que  $1.2 \leq x_1(t) \leq 2$  et  $1.3 \leq x_2(t) \leq 4$  [Abidi *et al.* (2012)] et [Ben Hamouda *et al.* (2016)].

Le problème de commande du système DEAP revient à calculer des lois de commande pour assurer le suivi des signaux de référence afin d'optimiser son rendement. Le choix des signaux de références dépend des performances exigées. Les points de fonctionnement des trajectoires désirées sont donnés par la Table III.4.

TABLE III.4 – Points de fonctionnement du modèle de référence [Ndoye *et al.* (2013)]

Variable	1 <sup>er</sup> point de fonctionnement	2 <sup>ème</sup> point de fonctionnement
$W_{cd}$ (kg/s)	0.03	0.05
$P_{2d}$ (Bar)	1.45	1.75

L'efficacité et les performances de la stratégie FMPC proposée sont validées, après implémentation de la stratégie de contrôle sous Simulink. Les paramètres de réglage utilisés par la FMPC sont donnés dans la Table III.5.

TABLE III.5 – Paramètres de réglage du FMPC

Horizon de prédiction $H_p$	4
Horizon de commande $H_u$	3
Contraintes sur les entrées	$-8 \leq u_1(k) \leq 8$ $-8 \leq u_2(k) \leq 8$
Contraintes sur les sorties	$-0.05 \leq y_1(k) \leq 0.25$ $1.3 \leq y_2(k) \leq 4$
Pondération sur les entrées $R$	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$
Pondération sur les sorties $Q$	$\begin{bmatrix} 10 & 10 \end{bmatrix}$

Comme présenté par la figure III.11, avec deux variables de prémisse  $\theta_1(t)$  et  $\theta_2(t)$ , nous obtenons quatre sous-modèles.

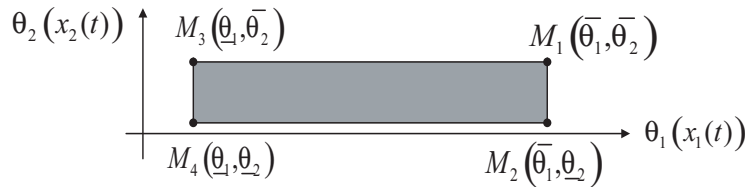


FIGURE III.11 – Zone de fonctionnement convexe du système DEAP

Les solutions satisfaisant les conditions de stabilité sous les LMIs dans le Théorème II.4.2 sont obtenues avec une valeur du taux d'atténuation égale à :  $\gamma = 0.861$ .

Les gains du contrôleur et des observateur T-S sont :

$$K_1 = K_2 = 10^{-4} \begin{bmatrix} -0.0040 & 0.0000 & 0.1271 \\ -0.0013 & -0.0007 & -0.1271 \end{bmatrix};$$

$$K_3 = K_4 = 10^{-4} \begin{bmatrix} -0.0040 & 0.0000 & 0.4071 \\ -0.0013 & -0.0007 & -0.4071 \end{bmatrix};$$

$$L_1 = \begin{bmatrix} 0.3216 & 6.6288 \\ 0.1880 & 34.9487 \\ -0.2026 & 0.5442 \end{bmatrix}; L_2 = \begin{bmatrix} 0.3216 & 6.6288 \\ 0.1880 & 34.9485 \\ -0.2027 & 0.5442 \end{bmatrix};$$

$$L_3 = \begin{bmatrix} -0.0298 & 6.6439 \\ -0.0437 & 34.8189 \\ -0.0271 & -0.3532 \end{bmatrix} \text{ et } L_4 = \begin{bmatrix} -0.0298 & 6.6440 \\ -0.0437 & 34.8186 \\ -0.0271 & -0.3533 \end{bmatrix}$$

En fait, la fonction polytopique de Lyapunov choisie est énoncée comme un problème d'optimisation convexe en termes de LMI afin de réduire le pessimisme de l'approche, étant donné que cette approche tient compte des informations contenues dans les fonctions d'activation. En présence d'une fuite et d'un défaut capteur, le modèle T-S (II.32) est considéré avec  $E_s^i = \begin{bmatrix} 0 & \alpha \end{bmatrix}$  pour  $i = 1, \dots, 4$ . Les figures III.12 et III.17 montrent la grande précision avec laquelle les signaux de défauts sont estimés. Les figures III.13 et III.18 illustrent l'évolution des fonctions d'activation en présence de la fuite et du défaut capteur.

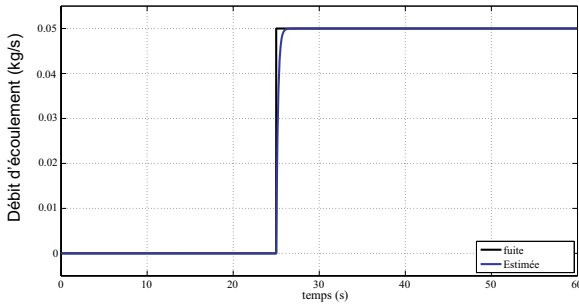


FIGURE III.12 – Signal du défaut et son estimée

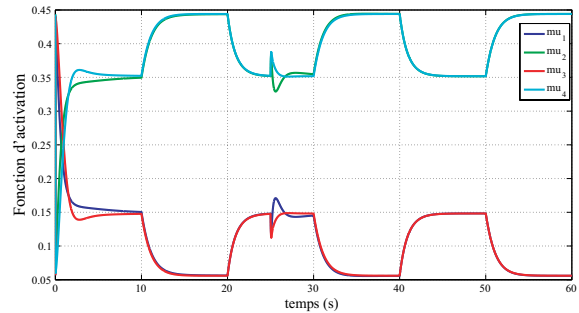


FIGURE III.13 – Evolution des fonctions d'activation en présence de la fuite

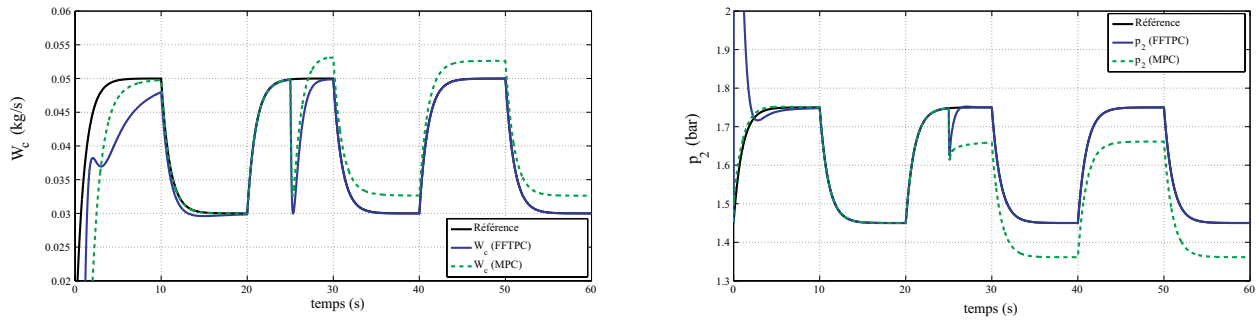


FIGURE III.14 – Signaux de sortie en présence de la fuite

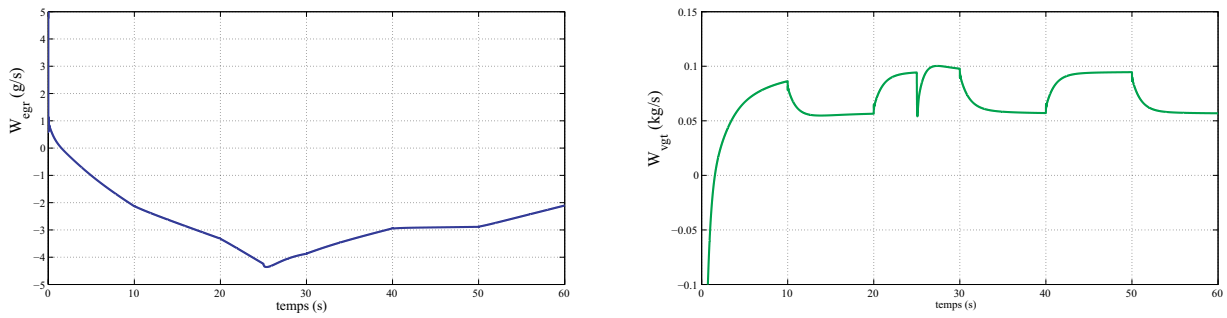


FIGURE III.15 – Signaux de commande en présence de la fuite

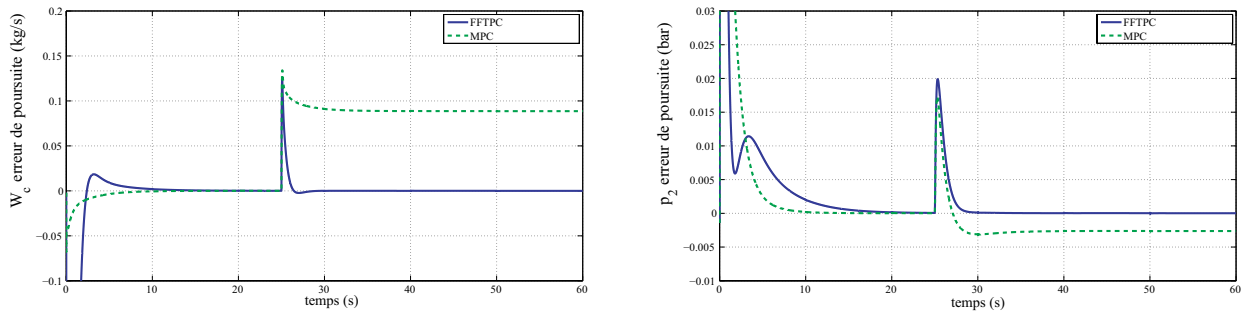
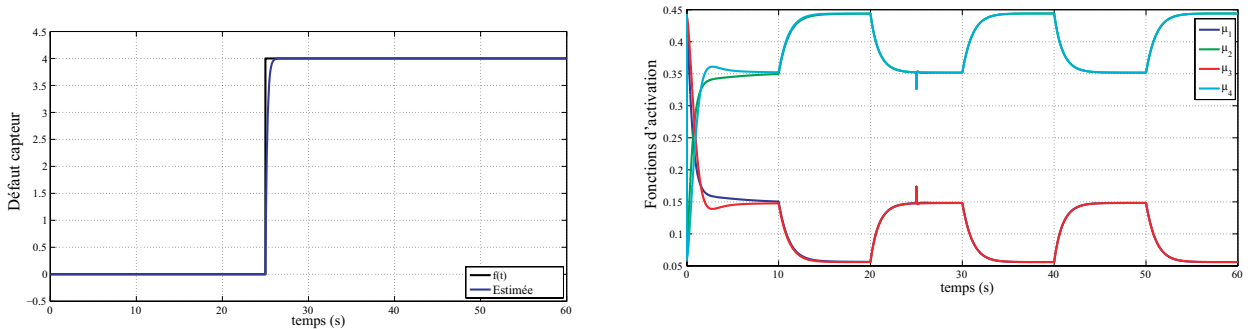


FIGURE III.16 – Dynamique des erreurs de poursuite en présence de la fuite

FIGURE III.17 – Signal du défaut capteur  
et son estiméeFIGURE III.18 – Evolution des fonctions  
d'activation en présence du défaut cap-  
teur

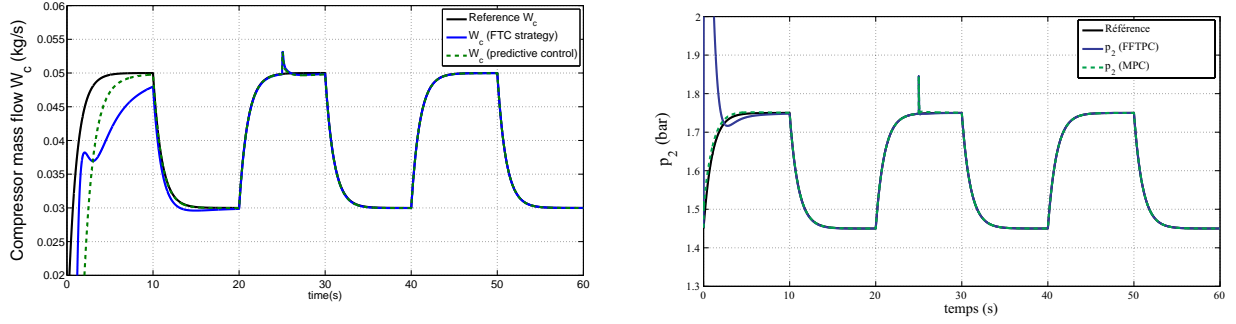


FIGURE III.19 – Signaux de sortie en présence du défaut capteur

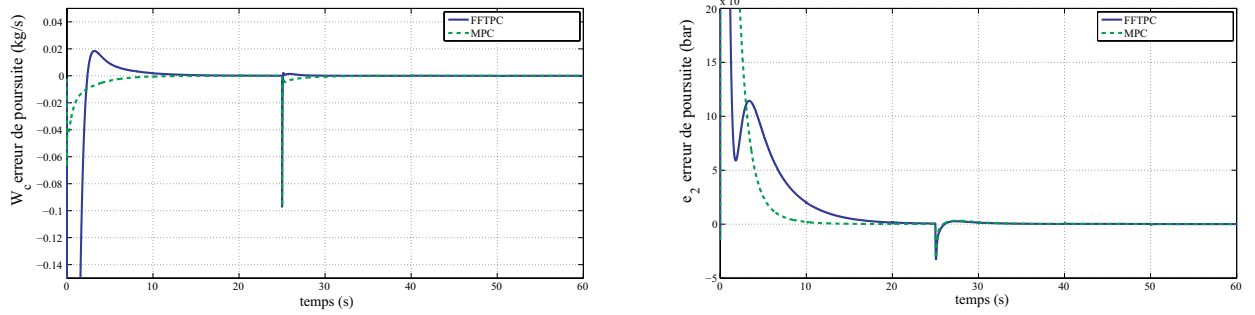


FIGURE III.20 – Dynamique des erreurs de poursuite en présence du défaut capteur

Les sorties du modèle T-S à partir des conditions initiales  $x_0 = (1.3229, 1.3596, 5.6095)^T$ , en présence de la fuite et du défaut capteur sont montrées respectivement par les figures III.14 et III.19. La figure III.14 illustre le suivi des références du débit massique du compresseur et de la pression du collecteur d'échappement dans le cas de fuite. Lorsque la fuite apparaît, une baisse du débit d'air à travers le compresseur  $W_c$  est constatée. Nous remarquons une chute de pression dans le collecteur d'admission due au débit d'air sortant à travers l'orifice, de même pour la pression  $p_2$ . Par conséquent, la solution se traduit par une fermeture partielle de la vanne EGR ( $W_{egr}$  diminue) et le VGT ( $W_{vgt}$  augmente). La figure III.15 montre les signaux de commande générés par la stratégie FTC. La figure III.19 montre une poursuite de la trajectoire désirée de la pression dans le collecteur d'échappement, avec de bonnes performances même en présence du défaut capteur. La FMPC proposée assure la convergence et la stabilité du système DEAP. Par conséquent, la stratégie FMPC permet de maintenir de bonnes performances en poursuite de trajectoires. Les bonnes performances obtenues confirment l'efficacité de la stratégie de contrôle introduite dans ces travaux de recherche. Dans ce sens, l'idée proposée de combiner une

loi de commande PDC avec la MPC représente une stratégie intéressante. L'apparition des défauts n'a pas causé de problèmes de faisabilité, ni d'instabilité et les contraintes sont toujours respectées.

## III.6 Conclusion

L'introduction de la vanne EGR et du VGT dans la boucle d'air du moteur Diesel a constitué une nouvelle étape pour le contrôle de la pression dans le collecteur d'échappement et du débit d'air à travers le compresseur. Dans ce contexte, la problématique est la régulation de la richesse et de la fraction de gaz brûlés réinjectés dans les cylindres. Les deux actionneurs EGR et VGT doivent être contrôlés de façon à atteindre des trajectoires désirées. Le contrôle doit garantir des performances acceptables de point de vue consommation et rejets de polluants, vu que le système est fortement non linéaire. Un système de contrôle doit impérativement compenser cette perte, sinon la pression de suralimentation diminue et la richesse du mélange augmente, favorisant ainsi les émissions de particules. Dans ce sens, une nouvelle stratégie de FTC dite FMPC a été proposée pour le système DEAP. Les observateurs T-S sont conçus pour la stratégie proposée, dans le but d'estimer simultanément les défauts et les états du système DEAP. Les convergences de l'observateur et du contrôleur sont obtenues en utilisant la stabilité asymptotique de Lyapunov. Ces convergences sont formulées en termes de LMIs pour obtenir les gains du contrôleur et des observateurs T-S. L'utilisation de l'approche par secteur non linéaire a réduit un certain conservatisme lié au nombre de LMIs à résoudre. En fait, la forme de la fonction  $V(x(t))$  choisie et la structure T-S du système ont diminué significativement le pessimisme des conditions suffisantes de stabilité proposées dérivées des théories de Lyapunov.

# Conclusion Générale

Les travaux menés durant cette thèse ont visé à répondre au problème d'accommodation de défauts et de reconfiguration de lois de commande d'une classe de systèmes non linéaires affine en la commande soumis à des défauts. A travers la conception de contrôleurs et d'observateurs basés sur des modèles T-S, ces travaux ont traité de la stabilité en se basant sur des techniques de contrôle actives adaptées aux modèles linéaires. Les apports de cette thèse concernent la synthèse de lois de commande prédictive floue tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires modélisés selon l'approche T-S. La synthèse des contrôleurs proposés dans ce mémoire est réalisée à partir de l'utilisation de la MPC, des modèles T-S, d'une loi de commande PDC, d'un intégrateur et d'observateurs T-S. De nouvelles conditions suffisantes mais non nécessaires pour l'existence d'une stratégie FTC, ont été posées en termes de LMIs sous contraintes. C'est pourquoi le choix des variables de prémisse est essentiel pour la conception des modèles T-S. D'ailleurs, le nombre de sous-modèles et la structure du modèle global dépendent du choix des variables de prémisse. De plus, la résolution de ces LMIs ne dépend pas des fonctions d'activation. Toutefois, la modélisation choisie permettant de préciser le nombre de règles obtenu pour le modèle, dépend des non linéarités caractérisant le système étudié. Ma première contribution est d'avoir élaboré une méthode d'obtention de modèles T-S pour une classe de systèmes non linéaires affines en la commande, basée sur la linéarisation autour des points de fonctionnement. Nous avons appelé cette méthode linéarisation globale non stationnaire. Ma seconde contribution est d'avoir élaboré une FMPC (Fuzzy Model-based Predictive Control) visant à améliorer les performances d'un système non linéaire en présence de défauts, de perturbations extérieurs et d'incertitudes de modélisation. Une stratégie d'accommodation de défauts par rejet de perturbations a été élaborée dans ce sens. Nous avons commencé par proposer une loi de commande prédictive avec contraintes basée sur un modèle quasi-LPV.



En second lieu, nous avons proposé une commande prédictive floue reconfigurable basée sur un observateur non linéaire. Ensuite et afin d'améliorer les performances du système non linéaire considéré en présence de défauts actionneurs et/ou capteurs, de perturbations et d'incertitudes de modélisation, nous avons proposé une FMPC tolérante aux défauts utilisant les observateurs T-S basés sur des VMP et des VPNM. Les performances ont été améliorées en introduisant l'action intégrale aux erreurs de poursuite. Le terme intégral est ajouté à la structure de commande afin d'assurer des erreurs statique et dynamique nulles. Le choix des paramètres de la MPC a été effectué en respectant les règles directrices proposées dans la littérature. La stratégie de contrôle tolérant aux défauts proposée a été appliquée selon un schéma qui tient compte des contraintes sur la commande et des états du système considéré. Ce schéma de commande à l'avantage de ne pas changer la trajectoire de référence désirée pour atteindre ces objectifs.

La stratégie de contrôle proposée a été ensuite appliquée en simulation numérique à un système SISO non linéaire puis au système d'air d'un moteur Diesel en présence de défauts actionneurs, capteurs ou système. La dynamique de la boucle fermée étant égale à la dynamique de poursuite, une interprétation directe des performances des systèmes non linéaires étudiés peut être effectuée. Les simulations numériques ont montré les bonnes performances obtenues par les techniques proposées pour la poursuite de trajectoires de référence selon des dynamiques souhaitées. Afin d'améliorer la robustesse de la stratégie de commande proposée, nous avons étudié le cas incertain. Les résultats de simulation ont validé l'efficacité des lois de commande élaborées. Les performances selon la norme  $L_2$  satisfaisantes obtenues en termes de stabilité, de précision et de rapidité, confirment l'efficacité des techniques de contrôle proposées lorsqu'il s'agit de systèmes non linéaires. Les résultats de simulations ainsi obtenus, présentent de bonnes performances en termes de poursuite de trajectoires, de régulation et de robustesse. A cet égard, l'idée proposée de combiner une loi de commande PDC avec la MPC représente une bonne démarche. Ceci encourage à combiner des lois de commande PDC ou des structures dérivées avec des techniques issues des systèmes non linéaires. En respectant les travaux précédents, les conditions d'analyse de la stabilité ont été établies à partir de la formulation LMIs dérivées des théories de Lyapunov. L'optimisation de la commande nécessite la résolution d'un problème de programmation quadratique. Le pessimisme de la méthode est réduit

---

par l'utilisation de la forme polytopique convexe dans la résolution de ces LMIs. La FMPC proposée dans ces travaux a améliorée les performances des systèmes considérés et a réduit le conservatisme de la MPC en traitant un ensemble signifiant de défauts.

Les perspectives envisageable portent sur la diminution du conservatisme des conditions de stabilité en travaillant sur :

- La conception d'observateurs T-S à entrées inconnues pour la synthèse de lois de commande combinées. La mise en œuvre d'un tel observateur est complexe vu qu'il doit être capable d'estimer asymptotiquement les états du système considéré sans aucune connaissance des entrées considérées inconnues.
- La conception d'observateurs T-S à entrées inconnues basée sur le critère  $H_\infty$  afin de minimiser le transfert des perturbations et de maximiser le transfert des défauts vers le signal de résidus.
- L'élaboration de lois de commande combinées, stabilisantes et tolérantes aux défauts pour les modèles T-S, garantissant les performances  $H_\infty$  (cas de rejet de perturbations).
- L'élaboration de lois de commande combinées, stabilisantes et tolérantes aux défauts pour les systèmes incertains en la commande et les systèmes à retard en la commande.



# Bibliographie

- ABIDI, I. (2014). *Contribution à la commande de la boucle d'air d'un moteur Diesel : Approche T-S*. Thèse de doctorat, Université de Picardie Jules Verne, Amiens.
- ABIDI, I., BOSCHE, J. et HAJJAJI, A. E. (2012). Control of a turbocharged diesel engine with egr system using takagi-sugeno approach. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Barcelona.
- AFONSO, R. et GALVAO, R. (2010). Predictive control of a helicopter model with tolerance to actuator faults. *Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Nice, pages 744–751.
- AKHENAK, A. (2004). *Conception d'observateurs non linéaires par approche multi-modèle : application au diagnostic*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- AKHENAK, A., CHADLI, M., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2004). Estimation of state and unknown inputs of a nonlinear system represented by a multiple model. *Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal processing*, Nancy.
- AMMANN, M., FEKETE, N., GUZZELLA, L. et A.GLATTFELDER (2003). Model based control of the vgt and egr in a turbocharged common-rail diesel engine. *SAE-Paper*, 112:527–538.
- ANGELI, D., CASAVOLA, A. et MOSCA, E. (2000). Constrained predictive control of nonlinear plants via polytopic linear system embedding. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, pages 1091–1103.

- AOUAOUA, S., CHADLI, M., KHADIRA, M. T. et BOUARARA, T. (2012). Robust fault tolerant tracking controller design for unknown inputs t-s models with unmeasurable premise variables. *Journal of Process Control*, 22(5):861–872.
- AOUAOUA, S., M.CHADLI et ICHALAL, D. (2013). Observer-based fault tolerant tracking control for vehicule lateral dynamics. *IEEE International Conference on Control Decision and Information Technologies*, Hammamet, 5:051–056.
- BARA, G. (2001). *Estimation d'état des systèmes linéaires à paramètres variants*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- BEN HAMOUDA, L., BENNOUNA, O., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2013). Quasi-lpv model predictive reconfigurable control for constrained nonlinear systems. *Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Nice, pages 590–595.
- BEN HAMOUDA, L., BENNOUNA, O., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2014a). Fuzzy model predictive reconfigurable control for nonlinear systems subject to actuators faults. *International Conference on Automation and Computing*, Bedfordshire, pages 140–145.
- BEN HAMOUDA, L., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2014b). Fuzzy fault tolerant control based on unmeasurable premise variables : Quadratic stability and lmis. *International Conference on System Theory, Control and Computing*, Cancùn, pages 319–324.
- BEN HAMOUDA, L., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2014c). Quadratic stability and lmis for tolerance to faults : Fuzzy model predictive control. *International Conference on System Theory, Control and Computing*, Sinaia, pages 387–392.
- BEN HAMOUDA, L., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2015). Takagi-sugeno fuzzy observer and predictive control for a diesel engine air path. *International Journal of Automation and Control*, *accepted*.
- BEN HAMOUDA, L., M.AYADI et LANGLOIS, N. (2016). Fuzzy fault tolerant predictive control for a diesel engine air path. *International Journal of Control, Automation and Systems*, *accepted*, 14(2).

- BERGSTEN, P. et PALM, R. (2000). Thau-Luenberger observers for T-S fuzzy systems. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, San Antonio.
- BERGSTEN, P. et PALM, R. (2002). Observers for Takagi-Sugeno fuzzy systems. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, part B*, 32:114–121.
- BERGSTEN, P., PALM, R. et DRIANKOV, D. (2001). Fuzzy observers. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Melbourne, pages 700–703.
- BLANKE, M., FREI, C., KRAUS, F., PATTON, R., et STAROSWIECKI, M. (2000). What is fault tolerant control? *IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical process*, Budapest, pages 40–51.
- BORNE, P., DAUPHIN-TANGUY, G., RICHARD, J., ROTELLA, F. et ZAMBETTAKIS, L. (1990). *commande et optimisation des processus*. Technip.
- BOUATTOUT, M., CHADLI, M., CHAABANE, M. et HAJJAJI, A. E. (2011). Design of robust fault detection observer for takagi-sugeno models using the descriptor approach. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 9(5):973–979.
- BOUCHER, P. et DUMUR, D. (1996). *La commande prédictive*. Hermès Lavoisier.
- BOULKROUNE, A., TADJINE, M., M'SAAD, M. et FARZA, M. (2010). Fuzzy adaptive controller for mimo nonlinear systems with known and unknown control direction. *Fuzzy Sets and Systems : Fuzzy Control*, 161(6):797–820.
- BOYD, S. et BARRATT, C. (1991). *Linear control design, limits of performance*. Prentice Hall.
- BOYD, S., GHAOUI, L. E., FERON, E. et BALAKRISHNAN, V. (1994). Linear matrix inequalities in system and control theory. *Studies in Applied Mathematics Journal*, 15.
- CHADLI, M. (2002). *Stabilité et commande des Systèmes décrits par des Multimodèles*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- CHADLI, M., AOUAOUA, S., KARIMI, H. et SHI, P. (2013). Robust fault tolerant tracking controller design for a vtol aircraft. *Journal of the Franklin Institute*, 350(9):2627–2645.

- CHADLI, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2001). On the stability analysis of multiple model systems. *European Conference Control*, Porto, pages 1894–1899.
- CHADLI, M., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2002). An LMI formulation for output feedback stabilization in multiple model approach. *IEEE Conference on Decision and Control*, Las Vegas, pages 311–316.
- CHEN, J. et PATTON, R. (1999). Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems. *Kluwer Academic publisher*.
- CHEN, W. et SAIF, M. (2004). Design of a ts based fuzzy nonlinear unknown input observer with fault diagnosis applications. *American Control Conference*, New York.
- CLARKE, D., MOHTADI, C. et TULIS, P. (1987). Generalized predictive control -part i. the basic algorithm. *IFAC Journal Automatica*, 23:137–148.
- CORRIOU, J. (1996). commande et optimisation des processus. *Commande des procédés*, Lavoisier.
- DABO, M., LANGLOIS, N. et CHAFOUK, H. (June 2008). Unconstrained ncgpc and asymptotic tracking applied to the tracking problem for a trurbocharged diesel engine : a comparative study. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Ajaccio, pages 1886–1891.
- DAROUACH, M., ZASADZINSKI, M. et XU, S. (2001). Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39(3):606–609.
- DEACON, M., BRACE, C., VAUGHAN, N., BURROWS, C. et HORROCKS, R. (1999). Impact of alternative controller strategies on exhaust emissions from an integrated diesel/continuously variable transmission powertrain. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D : Journal of Automobile Engineering*, 231:95–107.
- DJEMILI, I. (2012). *Contribution au diagnostic et à la commande tolérante aux fautes des moteurs Diesel*. Thèse de doctorat, Université Lille 1 Sciences et technologies, Lille.

- DJEMILI, I., AITOUCHE, A. et COCQUEMPOT, V. (2012a). Fault tolerant control of internal combustion engine subject to intake manifold leakage. *IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Mexico City, pages 600–605.
- DJEMILI, I., BOULKROUNE, B., AITOUCHE, A. et COCQUEMPOT, V. (2012b). Nonlinear unknown input observer for intake leakage estimation in diesel engines. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Barcelona, pages 972–977.
- DJEMILI, I., WANG, H., AITOUCHE, A., COCQUEMPOT, V., BOSCHE, J. et HAJJAJI, A. E. (2012c). Control strategy for the air path dynamic system. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Barcelona, pages 984–989.
- ETERNO, J., J.L.WEISS, LOOZE, D. et WILLSKY, A. (1985). Design issues for fault tolerant restructurable aircraft control. *Conference on Decision and Control*, Fort Lauderdale.
- FANG, C., LIU, Y., KAU, S., HONG, L. et LEE, C. (2006). A new lmi-based approach to relaxed quadratic stabilization of t-s fuzzy control systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 14(3):386–397.
- FEKIH, A. et SEELEM, S. (2015). Effective fault-tolerant control paradigm for path tracking in autonomous vehicles. *Journal of Systems Science and Control Engineering*, 3:177–188.
- FREDRIKSSON, J. et EGARDT, B. (2001). Backstepping control with local lq performance applied to a turbocharged diesel engine. *IEEE Transactions on Control systems Technology*.
- GAO, Z. et ANTSAKLIS, P. (1991). Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems. *International Journal of Control*, 53(3):717–729.
- GEHIN, A. et STAROSWIECKI, M. (2001). From control to supervision. *Annual Reviews in Control Journal*, 25:1–11.
- GUEMGHAR, K., SRINIVASAN, B., MULLHAUPT, P. et BONVIN, D. (2002). Predictive control of fast unstable and nonminimum-phase nonlinear systems. *American Control Conference*, Anchorage.



- GUERMOUCHE, M., NDOYE, B., ALI, S. A. et LANGLOIS, N. (2013). Passive fault-tolerant control for the diesel engine air path subject to loss-of-effectiveness and additive time varying actuator faults, Caen. *PSYCO*, pages 137–142.
- HAJJAJI, A., CHADLI, M., OUDGHIRI, M. et PAGES, M. (2006). American control conference. *European Conference Control*, Porto, pages 4664–4669.
- HAMDI, H., RODRIGUES, M., MECHMECHE, C., THEILLIOL, D. et BRAIEK, N. B. (2011). Fault detection and isolation for linear parameter varying descriptor systems via proportional integral observer. *International Journal on Adaptive Control Signal Process*, pages 2–16.
- HERCEG, M., RAFF, T., FINDEISEN, R. et ALLGOWER, F. (2006). Nonlinear model predictive control of a turbocharged diesel engine. *IEEE International Conference on Control*, Munich, pages 2766–2771.
- HERMAN, R. et KRENER, A. (1977). Nonlinear controllability and observability. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 22:728–740.
- HEYWOOD, J. (1988). *Internal combustion engine fundamentals*. McGraw Hill.
- HUANG, Y. et JADBABAIE, A. (1999). Nonlinear  $H_\infty$  control : An enhanced quasi-LPV approach. *American Control Conference*, Beijing, pages 85–90.
- ICHALAL, D. (2009). *Estimation et diagnostic de systèmes non linéaires décrits par un modèle de Takagi-Sugeno*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- ICHALAL, D., MARX, B., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2012a). Nonlinear observer based sensor fault tolerant control for nonlinear systems. *IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety of technical processes*, Mexico City, pages 1053–1058.
- ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2009). Simultaneous state and unknown inputs estimation with pi and pmi observers for takagi-sugeno model with unmeasurable premise variables. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Thessalonique.

- ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2010). State estimation of takagi sugeno systems with unmeasurable premise variables. *IET Control Theory and Applications*, 4(5):897–908.
- ICHALAL, D., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2012b). State estimation of nonlinear systems using multiple model approach. *American Control Conference*, Missouri, pages 1053–1058.
- ISERMANN, R. et BALLE, P. (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice*, 5(5):709–719.
- JAMAL ALDEN, M. et WANG, X. (2015). Robust  $H_\infty$  control of time delayed power systems. *Journal of Systems Science and Control Engineering*, 3:253 –261.
- JANKOVICH, M. et KOLMANOVSKY, I. (2000). Constructive lyapunov control design for turbocharger diesel engine. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8:288–299.
- JIANG, J., YANG, Z., HUSSAIN, D. A. et ZHANG, Y. (2005). Managing performance degradation in fault tolerant control systems. *IFAC World Congress*, Prague.
- JOHANSSON, M. (1999). *Piecewise of linear control systems*. Thèse de doctorat, Département of automatic control, Lund Institute of technology, Sweden.
- JOIN, C. (2002). *Diagnostic des systèmes non linéaires contribution aux méthodes de découplage*. Thèse de doctorat, Université des sciences et techniques de Lorraine, Nancy.
- KALE, M. et CHIPPERFIELD, A. (2005). Stabilized mpc formulations for robust reconfigurable flight control. *Control Engineering Practice Journal*, 13(6):771–788.
- KALMAN, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering*, 82:35–45.
- KAO, M. et MOSKWA, J. (1995). Nonlinear diesel engine control and cylinder pressure observation. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, 117:183–192.

- KIM, T.-H., PARK, J. et SUGIE, T. (2006). Output-feedback model predictive control for lpv systems with input saturation based on quasi-min-max algorithm. *IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, pages 1454–1459.
- KOENIG, D. (2005). Unknown input proportional multiple-integral observer design for linear descriptor systems : application to state and fault estimation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(2):212–217.
- KOENIG, D. et MAMMAR, S. (2001). Design a class of reduced order unknown input nonlinear observer for fault diagnosis. *American Control Conference*, Arlington.
- KOLMANOVSKY, I., MORAAL, P., NIEUWSTADT, M. et STEFANOPOULOU, A. (1997). Issues in modeling and control of intake flow in variable geometry turbocharged engines. *IFIP Conference on System Modelling and Optimisation*, Michigan.
- KRUSZEWSKI, A. (2006). *Lois de commande pour une classe de modèles non linéaires sous la forme Takagi-Sugeno : Mise sous forme LMI*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis.
- KUMAR DOHARE, R., SINGH, K. et KUMAR, R. (2015). Modeling and model predictive control of dividing wall column for separation of benzene-toluene-o-xylene. *Journal of Process Control*, 3:142–153.
- LANGTHALER, P. et del RE, L. (2008). Robust model predictive control of a diesel engine airpath. *IFAC Proceedings of the 17th World congress*, Seoul, pages 9485–9490.
- LAUBER, D. K., GUERRA, T., FLOQUET, T., CHAMAILLARD, Y. et COLIN, G. (2006). Nonlinear modelling and control approach for a turbocharged si engine. *IEEE industrial electronics. IECON*, , pages 325–330.
- LAYERLE, K., LANGLOIS, N., et CHAFOUK, H. (2008). Design of reconfigurable predictive control applied to the air path of a diesel engine. *United Kingdom Automatic Control Conference*, Manchester.
- LEE, H., PARK, J. et CHEN, G. (2001). Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties. *IEEE Transactionson on fuzzy systems*, 9:369–379.

- LEITH, D. et LEITHEAD, W. (1999). Comments on the prevalence of linear parameter varying systems. *Dept. Electronic and Electrical Engineering*, Scotland.
- LEITH, D. et LEITHEAD, W. (2002). Global reconstruction of nonlinear systems from families of linear systems. *IFAC Conference Triennial World Congress*, Barcelona, pages 3526–3527.
- LEITHEAD, W. (1999). Survey of gain-scheduling analysis design. *International Journal of Control*, 73:1001–1025.
- LIAO, F., WANG, J. et YANG, G. (2002). Reliable robust flight tracking control : an LMI approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*.
- LIN, C., WANG, C. et LEE, T. (2005). Improvement on observer-based  $H_\infty$  control for T-S fuzzy systems. *Automatica*, 41:1651–1656.
- LOFBERG, J. (2004). Yalmip : A toolbox for modeling and optimization in matlab. *IEEE in Proceedings of the CACSD Conference*, Taipei, pages 284–289.
- LUENBERGER, D. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE Transactions on Military Electronics*, pages 74–80.
- LUENBERGER, D. (1966). Observers for multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 11:190–197.
- LUENBERGER, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16:592–602.
- LUENBERGER, D. (2000). *Introduction to Dynamic Systems, Theory, models and Application*. John Wiley and sons.
- MACIEJOWSKI, J. (2002). Predictive control with constraints. *Prentice Hall*, Englewood Cliffs.
- MACIEJOWSKI, J. et JONES, C. (2003). Mpc fault-tolerant flight control case study : Flight 1862. *symposium on fault detection, supervision and safety for technical processes*, Washington, pages 121–126.

- MARX, B., KOENIG, D. et GEORGES, D. (2003). Robust fault diagnosis for linear descriptor systems using proportional integral observers. *IEEE Conference on Decision and Control*, Hawaii, 1:457–462.
- MARX, B., KOENIG, D. et RAGOT, J. (2007). Design of observers for takagi sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory and Applications*, 1(5):1487–1495.
- MESSOUSSI, W., PAGÈS, O. et HAJJAJI, A. (2005). Robust pole placement for fuzzy models with parametric uncertainties : An lmi approach. *European Conference Control*, Porto, pages 810–815.
- MIN, Z. et SHAOYUAN, L. (2010). Quasi-min-max mpc algorithm for constraint lpv system based on time-varying one-step invariant set. *IEEE Chinese Conference on Robotics and Control Systems*, Beijing, pages 5975–5980.
- MONTOYA, R. J., HOWELL, W., BUNDICK, W., OSTRO, A., HUESCHEN, R., et BELCASTRO, C. (1983). Restructurable controls. *Proceedings of a workshop*, NASA Langley Research Center.
- MORAAL, P. et KOLMANOVSKY, I. (1999). Turbocharger modeling for automotive control applications. *SAE control*, pages 1324–1338.
- MOSKWA, J. (1993). Sliding mode control of automotive engines. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 115:687–693.
- M'SAAD, M. et CHEBASSIER, J. (1996). *Commande Optimale, chap. "Commande prédictive des systèmes"*. Diderot Editeur Arts et Sciences.
- NAGY, A. (2010). *Analyse et synthèse de multimodèles pour le diagnostic : Application à une station d'épuration*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- NAGY, A., MARX, B., MOUROT, G., SCHUTZ, G. et RAGOT, J. (2009). State estimation of the threetank system using a multiple model. *IEEE Conference on Decision and Control*, Shanghai.

- NAGY, A., MOUROT, G., SCHUTZ, G. et RAGOT, J. (2010). Modélisation d'un réacteur biologique à l'aide d'une structure multimodèle. méthode analytique d'obtention d'un multimodèle. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 44(6):423–443.
- NDOYE, B., ALI, S. A. et LANGLOIS, N. (2013). Combustion engine air path : Fault-accommodation with sliding mode control framework. *CCA*, pages 59–64.
- NIEMANN, H. et STOUSTRUP, J. (1992). Design of reliable control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*.
- NIEMANN, H. et STOUSTRUP, J. (2005). Passive fault tolerant control of a double inverted pendulum a case study. *Control Engineering Practice*, 13(8):1047–1059.
- NIEUWSTADT, M., MORAAL, P., KOLMANOVSKY, I. et STEFANOPOULOU, A. (1998). A comparison of siso and mimo designs for egr-vgt control of a high speed diesel engine. *IFAC workshop on Advances in Automotive Control*, Ohio.
- NOURA, H. (2005). Diagnostic et tolérance aux fautes. Université Paul Cézanne, Aix-Marseille III.
- NOURA, H., SAUTER, D. et AUBRUN, C. (1994). A fault detection and accommodation method applied to an inverted pendulum. *IEEE Conference on Control Applications*, Glasgow, pages 1397–1402.
- NOURA, H., SAUTER, D., HAMELIN, F. et THEILLIOL, D. (2000). Fault-tolerant control in dynamic systems : Application to a winding machine. *IEEE Control Systems Magazine*, 20(1):33–49.
- ORJUELA, R. (2008). *Contribution à l'estimation d'état et au diagnostic des systèmes représentés par des multimodèles*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Nancy.
- ORJUELA, R., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2006). Identification des systèmes non linéaires par une approche multi-modèle à états découplés. *Journées Identification et Modélisation Expérimentale*, Poitiers.

- ORJUELA, R., MARX, B., MAQUIN, D. et RAGOT, J. (2008). State estimation for non-linear systems using decoupled multiple model. *International Journal of Modelling Identification and Control*, 4(1):59–67.
- ORJUELA, R., MARX, B., RAGOT, J. et MAQUIN, D. (2009). Observer design for nonlinear systems described by multiple models. *IFAC Symposium on fault detection, supervision and safety of technical processes*, Barcelona.
- ORTNER, P. et del RE, L. (2007). Predictive control of a diesel engine air path. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 15(3):449–456.
- LOUDGHIRI, M. (2008). *Commande multimodèles tolérante aux défauts : application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. Thèse de doctorat, Université de Picardie Jules Verne, Amiens.
- LOUDGHIRI, M., CHADLI, M. et HAJJAJI, A. (2007). One-step procedure for robust output  $H_\infty$  fuzzy control. *Mediterranean Conference on Control and Automation*, Athens.
- PAGES, J., COMPAS, J. et SAN, J. (1998). MIMO predictive control with constraints by using an embedded knowledge based model (hydraulic structures). *IEEE International Conference on Systems*.
- PATTON, R. (1997). Fault-tolerant control : The 1997 situation. *IFAC symposium on fault detection, supervision and safety for technical process*, Kingston-upon-Hull, pages 1033–1055.
- PATTON, R., CHEN, J. et LOPEZ-TORIBIO, C. (1998). Fuzzy observers for non-linear dynamic systems fault diagnosis. *Conference on Decision and Control*, Tampa.
- PERTEW, A., MARQUEZ, H. et ZHAO, Q. (2005).  $H_\infty$  synthesis of unknown input observers for nonlinear lipschitz systems. *International Journal of Control*, 78(15):1155–1165.
- PERTEW, A., MARQUEZ, H. et ZHAO, Q. (2006).  $H_\infty$  observer design for lipschitz nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51:1211–1216.
- PFEIFER, A., RUCKERT, J., RICHERT, F., SCHLOSSER, A., ABEL, D., HERMANN, O. et PISCHINGER, O. (2004). A model-based predictive attempt to control boost pressure

- and egr-rate in a heavy duty diesel engine. *IFAC Symposium on Advances in Automotive control*, Salerno.
- RAGHAVAN, S. et HEDRICK, J. K. (1994). Observer design for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 59(2):515–528.
- RODRIGUES, M. (2005). *Diagnostic et commande active tolérante aux défauts appliqués aux systèmes décrits par des multi-modèles linéaires*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy.
- RODRIGUES, M., ADAM-MEDI, M., THEILLIOL, D. et SAUTER, D. (2008). A fault detection and isolation scheme for industrial systems based on multiple operating models. *Control Engineering Practice Journal*, 16:225–239.
- ROSSITER, J., KOUVARITAKIS, B. et RICE, M. (2012). A numerically robust state-space approach to stable predictive control strategies. *Automatica*, 34(1):65–73.
- SALEM, A., KARDOUS, Z., BRAIEK, N. B. et RAGOT, J. (2012). On the state observer based stabilization of takagi-sugeno systems with immeasurable premise variables. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 10(6):1153–1163.
- SAMI, M. et PATTON, R. (2013). Active fault tolerant control for nonlinear systems with simultaneous actuator and sensor faults. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 11(6):1149–1161.
- SAUTER, D., JAMOULI, H., KELLER, J. et PONSART, J. (2005). Actuator fault compensation for a winding machine. *Control Engineering Practice*, 13(10):1307–1314.
- SKRJANC, I., BLAZIC, S., OBLAK, S. et RICHALET, J. (2004). An approach to predictive control of multivariable time-delayed plant : stability and design issues. *ISA Transactions*, 43(4):585–595.
- STEFANOPOULOU, A., KOLMANOVSKY, I. et FREUDENBERG, S. (2000). Control of variable geometry turbocharged diesel engines for reduced emissions. *IEEE Transactions on Control systems Technology*, 8(4):733–745.



- STEINBERG, M. (2005). Historical overview of research in reconfigurable flight control. *Journal of Aerospace Engineering of IMechE, Part G*, pages 263–275.
- STILWELL, D. et RUGH, W. (1999). Interpolation of observer state feedback controllers for gain scheduling. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44:1225–1229.
- SUZUKI, H. et SUGIE, T. (2006). Mpc for lpv systems with bounded parameter variation using ellipsoidal set prediction. *American Control Conference*, Minnesota, pages 5251–5256.
- T. GUERRA, A. K. et BERNAL, M. (2009). Control law proposition for the stabilization of discrete Takagi-Sugeno models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 17(3):724–731.
- T. GUERRA, A. Kruszewski, L. V. et TIRMANT, H. (2006). Conditions of output stabilization for nonlinear models in the Takagi-Sugeno’s form. fuzzy sets and systems. *Fuzzy Concepts Applied to Food Control Quality Control*, 175(9):1248–1259.
- T. JOHANSEN, R. S. et MURRAY-SMITH, R. (2000). On the interpretation and identification of dynamic takagi-sugeno fuzzy models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8(3):297–313.
- TAKAGI, T. et SUGENO, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control. *IEEE Transactions. Systems, Man and Cybernetics*, 15:116–132.
- TANAKA, K., H. OHTAKE et WANG, H. (2007). A descriptor system approach to fuzzy control system design via fuzzy Lyapunov functions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 15:333–341.
- TANAKA, K., HORI, T. et WANG, H. (2001). A fuzzy Lyapunov approach to fuzzy control and design. *Amerian control conference*, Arlington, pages 4790–4795.
- TANAKA, K., HORI, T. et WANG, H. (2003). A multiple Lyapunov function approach to stabilization of fuzzy control systems. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 4(11):582–589.

- TANAKA, K., IKEDA, T. et WANG, H. (1996). Robust stabilisation of uncertain nonlinear systems via fuzzy control : quadratic stability,  $H_\infty$  control theory and LMIs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 4(1):1–12.
- TANAKA, K., IKEDA, T. et WANG, H. (1998). Fuzzy regulators and fuzzy observers : relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 6(2):250–265.
- TANAKA, K. et SANO, M. (1994). A robust stabilisation problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of truck-trailer. *IEEE Transaction on Fuzzy Systems*, 2:119–134.
- TANAKA, K. et SUGENO, M. (1992). Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 45:135–156.
- TANAKA, K. et WANG, H. (2001). Fuzzy control system design and analysis. a Linear Matrix Inequality approach. *John Wiley and Sons Inc.*
- VAN DER SCHAFT, A. (1992).  $L_2$  gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback  $H_\infty$  control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6):770–784.
- THAU, F. E. (1973). Observing the state of nonlinear systems. *International Journal of Control*, 17:471–479.
- THEILLIOL, D. (2003a). Contribution à l'étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts : diagnostic et accommodation à base de modèles linéaires et au-delà. *Habilitation à Diriger des Recherches, Université Henri Poincaré, Nancy.*
- THEILLIOL, D. (2003b). Contribution à l'étude et au développement des systèmes tolérants aux défauts : diagnostic et accommodation à base de modèles linéaires et au-delà. *Habilitation à diriger des recherches, Université des sciences et techniques de Lorraine.*
- TONG, S. et WANG, T. (2002). Fuzzy robust tracking control for uncertain nonlinear systems. *International Journal of Approximate Reasoning*, 30:73–90.

- UPPAL, F., PATTON, R. et WITCZAK, M. (2006). A neuro-fuzzy multiple-model observer approach to robust fault diagnosis based on the damadics benchmark problem. *Control Engineering Practice Journal*, 6:699–717.
- UTKIN, V. et CHANG, H. (2002). Sliding mode control on electro-mechanical systems. In *Mathematical Problems in Engineering*.
- WANG, H., TANAKA, K. et GRIFFIN, M. (1996). An approach to fuzzy control of nonlinear systems : stability and design issues. *IEEE Transactions on Fuzzy systems*, 4(1):14–23.
- WANG, L. (2009). *Model Predictive Control System Design and Implementation using MATLAB*. Springer Verlag.
- WEINMANN, A. (1991). Uncertain models and robust control. *Springer-Verlag Wien*.
- WIJETUNGE, R. (2001). *Transient optimisation of a diesel engine*. Thèse de doctorat, University of Bath, Bath.
- WITCZAK, M., PUIG, V. et de OCA, S. M. (2010). A fault-tolerant control scheme for non-linear discrete-time systems : Application to the twin-rotor system. *IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Nice, pages 861–866.
- XIAODONGA, L. et QINGLING, Z. (2003). New approaches to  $H_\infty$  controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 39:1571–1582.
- YANG, H. et SAIF, M. (1997). State observation, failure detection and isolation fdi in bilinear systems. *International Journal of Control*, , pages 901–920.
- YONEYAMA, J. (2008).  $H_\infty$  output feedback control for fuzzy systems with immeasurable premise variables : Discrete-time case. *Applied Soft Computing*, 8(2):949–958.
- YOUNG, K. et OZGUNER, U. (1999). Sliding mode : Control engineering in practice. *American Control Conference*, San Diego.
- ZHANG, Y. et JIANG, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32(2):229–252.

- ZHAOJIE, S., ZHONGCHANG, L., LIU, Y. et XINCHUN, N. (2011). Numeric investigation of egr and post-injection diesel emissions. *TMEE Transportation on Mechanical, and Electrical Engineering*, pages 1285–1288.
- ZHENG, F., WANG, Q.-G. et LEE, T. (2002). Output tracking control of mimo fuzzy nonlinear systems using variable structure control approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10:686–697.



# Annexe A

**Lemme III.6.1** *Soient deux matrices  $X$  et  $Y$  de dimensions appropriées. L'inégalité suivante est vérifiée pour chaque matrice  $Q$  :*

$$X^T Y + X Y^T \leq X^T Q^{-1} X + Y Q Y^T$$

**Lemme III.6.2** *(Complément de Schur ) Les deux inégalité suivantes sont équivalentes :*

1.  $\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} > 0$  où  $Q = Q^T$  et  $R = R^T$

2.  $R > 0, Q - S R^{-1} S^T > 0.$



# Annexe B

**Démonstration III.6.1** *La preuve du Théorème II.4.1 est établie en utilisant la fonction quadratique de Lyapunov suivante :*

$$V(\tilde{e}(t)) = \tilde{e}(t)^T P \tilde{e}(t), \quad P = P^T > 0 \quad (\text{III.39})$$

où la matrice  $P$  est définie comme suit :

$$\begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 \end{pmatrix}$$

La dérivée de  $V(\tilde{e}(t))$  s'écrit comme suit :

$$\dot{V}(\tilde{e}(t)) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \left( \tilde{e}(t)^T (\tilde{A}_{ij}^T P + P \tilde{A}_{ij}) \tilde{e}(t) \right) \quad (\text{III.40})$$

$$\dot{V}(\tilde{e}(t)) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \mu_i(\theta_f) \mu_j(\theta_f) \left( \tilde{e}(t)^T \Upsilon_{ij} \tilde{e}(t) \right) \quad (\text{III.41})$$

avec

$$\Upsilon_{ij} = \Lambda \left( \begin{pmatrix} P_1 A_i - P_1 B_i K_j & -P_1 B_i K_j & -P_1 E_a^i \\ 0 & P_2 A_i - P_2 L_i C_j & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j \\ 0 & -P_3 G_i C_j & -P_3 G_i E_s^j \end{pmatrix} \right)$$

où  $\Lambda(X)$  représente la matrice Hermitienne de la matrice  $X$  :

$$\Lambda(X) = X^T + X$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est définie négative si les inégalités suivantes sont vérifiées :

$$\Upsilon_{ij} < 0, \quad i, j = 1, \dots, N \quad (\text{III.42})$$



En utilisant le lemme de congruence comme suit :

$$\Upsilon_{ij} < 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \Upsilon_{ij} \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{III.43})$$

Les inégalités suivantes sont obtenues :

$$\begin{pmatrix} \xi_{ij}^1 & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{III.44})$$

où :

$$\begin{aligned} \xi_{ij}^1 &= A_i X1 + X1 A_i^T - B_i K_j X1 - X1 K_j^T B_i^T \\ \xi_{ij}^2 &= P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{L}_i C_j - C_j^T \bar{L}_i^T \end{aligned}$$

avec

$$X1 = P_1^{-1}$$

L'inégalité (III.44) devient :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} A_i X1 + X1 A_i^T & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0 \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

En utilisant le Lemme III.6.1, l'inégalité (III.45) devient :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} A_i X1 + X1 A_i^T & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta^{-1} \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0 \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

---

où  $\Theta$  est une matrice symétrique définie positive. En utilisant le Lemme III.6.2, nous obtenons les LMIs du Théorème II.4.1, avec  $\bar{L}_i = P_2 L_i$ ,  $\bar{G}_i = P_3 G_i$  et  $\Theta = I$ .

**Démonstration III.6.2** *L'objectif est de minimiser le transfert  $L_2$  des perturbations de  $\Delta(t)$  aux erreurs  $\tilde{e}(t)$ , ceci est formulé par :*

$$\frac{\|\tilde{e}(t)\|_2}{\|\Delta(t)\|_2} < \gamma, \quad \|\Delta(t)\|_2 \neq 0 \quad (\text{III.47})$$

Ensuite, ce problème peut être formulé comme suit :

$$\dot{V}(\tilde{e}(t)) + \tilde{e}(t)^T \tilde{e}(t) - \gamma \Delta(t)^T \Delta(t) < 0 \quad (\text{III.48})$$

En suivant la même démarche que dans la Démonstration III.6.1, la preuve du Théorème II.4.2 est établie et les inégalités suivantes sont obtenues :

$$\begin{pmatrix} \xi_{ij}^1 & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{III.49})$$

où :

$$\begin{aligned} \xi_{ij}^1 &= A_i X1 + X1 A_i^T - B_i K_j X1 - X1 K_j^T B_i^T \\ \xi_{ij}^2 &= P_2 A_i + A_i^T P_2 - \bar{L}_i C_j - C_j^T \bar{L}_i^T \end{aligned}$$

L'inégalité (III.49) peut s'écrire comme suit :

$$\begin{pmatrix} A_i X1 + X1 A_i^T & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0 \quad (\text{III.50})$$

En utilisant le Lemme III.6.1, l'inégalité (III.50) devient :

$$\begin{pmatrix} A_i X1 + X1 A_i^T & -B_i K_j & -E_a^i \\ * & \xi_{ij}^2 & P_2 E_a^i - P_2 L_i E_s^j - C_j^T G_i^T P_3 \\ * & * & -P_3 G_i E_s^j - E_s^{jT} G_i^T P_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta^{-1} \begin{pmatrix} -B_i K_j \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0 \quad (\text{III.51})$$

---

où  $\Theta$  est une matrice symétrique définie positive. En utilisant le Lemme III.6.2, nous obtenons les LMIs du Théorème II.4.2, avec  $\bar{L}_i = P_2 L_i$ ,  $\bar{G}_i = P_3 G_i$  et  $\Theta = I$ .

**Démonstration III.6.3** *En suivant la même démarche que dans la Démonstration III.6.1, la preuve du Théorème II.4.3 est établie où la matrice  $P$  est définie comme suit :*

$$\begin{pmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_5 \end{pmatrix}$$

La dérivée de  $V(\tilde{e}(t))$  est donnée par (III.41) avec

$$\Upsilon_{ij} = \Lambda \begin{pmatrix} P_1 A_i - P_1 B_i K_j & -P_1 B_i K_j & -P_1 E_a^i & 0 & -P_1 \Delta A_i \\ 0 & P_2 A_i & P_2 E_a^i & -P_2 L_i & P_2 \Delta A_i \\ 0 & -P_3 G_i C_i & -P_3 G_i E_s^i & 0 & 0 \\ 0 & P_4 C_i A_i & P_4 C_i E_a^i & -P_4 L_i C_i & P_4 C_i \Delta A_i \\ P_5 B_i K_j & P_5 B_i K_j & P_5 E_a^i & 0 & P_5 \bar{A}_i \end{pmatrix}$$

En utilisant le lemme de congruence comme suit :

$$\Upsilon_{ij} < 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \Upsilon_{ij} \begin{pmatrix} P_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \quad (\text{III.52})$$

Les inégalités suivantes sont obtenues :

$$\begin{pmatrix} \xi_{11_{ij}} & \xi_{12_{ij}} & \xi_{13_{ij}} & \xi_{14_{ij}} & \xi_{15_{ij}} \\ \xi_{21_{ij}} & \xi_{22_{ij}} & \xi_{23_{ij}} & \xi_{24_{ij}} & \xi_{25_{ij}} \\ \xi_{31_{ij}} & \xi_{32_{ij}} & \xi_{33_{ij}} & \xi_{34_{ij}} & \xi_{35_{ij}} \\ \xi_{41_{ij}} & \xi_{42_{ij}} & \xi_{43_{ij}} & \xi_{44_{ij}} & \xi_{45_{ij}} \\ \xi_{51_{ij}} & \xi_{52_{ij}} & \xi_{53_{ij}} & \xi_{54_{ij}} & \xi_{55_{ij}} \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{III.53})$$

$où :$

$$\begin{aligned}
 \xi_{21_{ij}} &= \xi_{12_{ij}}^T \\
 \xi_{31_{ij}} &= \xi_{13_{ij}}^T \\
 \xi_{32_{ij}} &= \xi_{23_{ij}}^T \\
 \xi_{42_{ij}} &= \xi_{24_{ij}}^T \\
 \xi_{43_{ij}} &= \xi_{34_{ij}}^T \\
 \xi_{51_{ij}} &= \xi_{15_{ij}}^T \\
 \xi_{52_{ij}} &= \xi_{25_{ij}}^T \\
 \xi_{53_{ij}} &= \xi_{35_{ij}}^T \\
 \xi_{54_{ij}} &= \xi_{45_{ij}}^T
 \end{aligned}$$

*L'inégalité (III.53) devient :*

$$\begin{pmatrix}
 X1A_i^T + A_iX1 & -B_iK_j & -E_a^i & 0 & X1P_5B_i^TK_j^T - \Delta A_i \\
 * & P_2A_i^T + P_2A_i & -P_3G_i^TC_i^T + E_a^iP_2 & P_4C_i^TA_i^T - P_2L_i & P_5B_i^TK_j^T + \Delta A_iP_2 \\
 * & * & -P_3G_i^TE_s^{iT} - G_iE_s^iP_3 & P_4C_i^TE_a^{iT} & P_5E_a^{iT} \\
 * & * & * & -P_4L_i^TC_i^T - L_iC_iP_4 & C_i\Delta A_iP_4 \\
 * & * & * & * & P_5\bar{A}_i^T + \bar{A}_iP_5
 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} -B_iK_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -B_iK_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0$$

(III.54)

En utilisant le Lemme III.6.1, L'inégalité (III.54) devient :

$$\begin{pmatrix}
 X1A_i^T + A_iX1 & -B_iK_j & -E_a^i & 0 & X1P_5B_i^TK_j^T - \Delta A_i \\
 * & P_2A_i^T + P_2A_i & -P_3G_i^TC_i^T + E_a^iP_2 & P_4C_i^TA_i^T - P_2L_i & P_5B_i^TK_j^T + \Delta A_iP_2 \\
 * & * & -P_3G_i^TE_s^i - G_iE_s^iP_3 & P_4C_i^TE_a^i & P_5E_a^i \\
 * & * & * & -P_4L_i^TC_i^T - L_iC_iP_4 & C_i\Delta A_iP_4 \\
 * & * & * & * & P_5\bar{A}_i^T + \bar{A}_iP_5
 \end{pmatrix} +$$

$$\begin{pmatrix} -B_iK_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta^{-1} \begin{pmatrix} -B_iK_j \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Theta \begin{pmatrix} X1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^T < 0$$

(III.55)

où  $\Theta$  est une matrice symétrique définie positive. En utilisant le Lemme III.6.2, nous obtenons les LMIs du Théorème II.4.3, avec  $P_2 = P_3 = P_4 = P_5 = I$  et  $\Theta = I$ .

